Томский государственный университет
Сургутский государственный университет
Кемеровский государственный университет

ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ И МЕХАНИКЕ

Тезисы докладов

22 – 25 сентября 2008 года

Томск – 2008

УДК 519.6; 517.9; 681.3; 523.165
ББК 22.1

Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 130-летию Томского государственного университета и 60-летию механико-математического факультета: Сборник тезисов (Томск, 22 – 25 сентября 2008 г.) – Томск: Томский государственный университет, 2008 г. – 271 с.

В сборник включены тезисы докладов, принятые оргкомитетом для участия во Всероссийской конференции по математике и механике.

Конференция организована при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №08-01-06104-г).

Содержание

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

Роль Комплексной Самодеятельной Экспедиции в изучении Тунгусской проблемы

Бояркина А.П.
Институт онкологии ТО РАМН

В докладе представлена деятельность Комплексной Самодеятельной Экспедиции (КСЭ), которая в конце 50-х годов прошлого века объединила студентов, преподавателей и сотрудников ВУЗов и НИИ г. Томска и других городов СССР. Участники КСЭ включились в исследования Тунгусской проблемы, проводимые Комитетом по метеоритам СО АН. Большую поддержку в проведении полевых и лабораторных исследований оказывал Томский государственный университет, который на протяжении многих лет организовывал экспедиционные отряды на место падения. Для обработки материалов ВУЗы и НИИ безвозмездно предоставляли самое современное на то время лабораторное оборудование и время для работы на ЭВМ.

Активное участие в работе КСЭ принимали и принимают студенты, преподаватели и выпускники ММФ ТГУ.

Итерационный метод решения уравнения Пуассона с регулируемой матрицей перехода

Вшивков В.А., Засыпкина О.А.
Институт вычислительной математики и
математической геофизики СО РАН
Новосибирский государственный университет

Рассмотрен итерационный метод второго порядка сходимости для решения систем линейных алгебраических уравнений. Второй порядок достигается за счет изменения матрицы перехода на каждой итерации. На основе метода второго порядка предложен метод первого порядка сходимости с регулируемой нормой матрицы перехода. Недостатком метода для произвольной матрицы является необходимость хранения большого объема данных. При аппроксимации уравнения Пуассона на регулярной сетке матрица, задающая систему линейных алгебраических уравнений, имеет характерный диагональный вид, т.е. в ней ненулевыми являются элементы в небольшом числе диагоналей, что существенно экономит объем хранимой исходной информации. Анализ обратной матрицы для такой системы показывает, что она также имеет регулярный вид, а именно, наиболее значимые элементы лежат на диагоналях блоков. Используя эту регулярность, можно организовать ленточные матрицы, что снизит количество операций на каждом итерационном шаге и объем хранимой информации. Предложенный алгоритм организации ленточных матриц и алгоритмы умножения ленточных матриц позволили дополнительно уменьшить количество операций. Кроме того, введение ленточных матриц позволяет эффективно распараллеливать процесс решения систем линейных алгебраических уравнений.

Сопряженные задачи механики реагирующих многофазных сред, информатики и экологии

Гришин А.М.
Томский государственный университет

Научные исследования по указанной в заголовке тематике начались в секторе аэротермохимии, созданном 23.12.1970 г. в Научно-исследовательском институте прикладной математики и механики при ТГУ. Дальнейшее развитие эти исследования получили после создания кафедры физической механики, а затем лаборатории аэротеромохимии и отдела механики реагирующих сред.

Огромную роль в становлении научной школы сыграл выдающийся выпускник физико-математического факультета ТГУ 1942 года академик Н.Н. Яненко. Большую помощь оказал институт механики Московского государственного университета (директор – академик АН СССР Г.Г. Черный). В лаборатории этого института, возглавляемой профессором Г.А. Тирским, будучи студентами проходили производственную практику профессор В.И. Зинченко, доцент С.Л. Суходольский, ст.н.с. В.Д. Гольдин и др., которые в то время были студентами механико-математического факультета.

За годы существования научной школы «Сопряженные задачи механики реагирующих многофазных сред, информатики и экологии» сотрудниками и аспирантами в рамках основного направления научных исследований защищены 71 кандидатская и 10 докторских диссертаций по специальностям: 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы, 03.00.16 – экология (физико – математические науки), 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела, 01.04.14 – теплофизика и молекулярная физика. Большинство кандидатов и докторов наук продолжают успешно работать по основному направлению научной школы в ведущих научных центрах России, дальнего и ближнего зарубежья (Канада, США, Казахстан и др.).

Основные научные результаты, полученные коллективом состоят в следующем:

– Создана общая методология постановки и решения новых сопряженных задач механики реагирующих сред и экологии, в рамках которых используются несколько математических моделей механики многофазных реагирующих сред и методы теории вероятности.

– Исследован ряд практически важных задач термохимического разрушения тел при их входе в плотные слои атмосферы с гиперзвуковой скоростью и разработаны 9 новых способов тепловой защиты.

– Разработаны новы детерминированно-вероятностные модели и методики прогноза некоторых природных и техногенных катастроф (прогноз безопасности функционирования потенциально опасных объектов; оценка вероятности негативного влияния опасных космических объектов на условия жизни на Земле и др.).

– Разработаны детерминировано-вероятностная методика прогноза лесной пожарной опасности и физико-математическая теория природных (лесных, степных и торфяных) пожаров.

– Экспериментально и теоретически обнаружен эффект усиления взрывных волн при их взаимодействии с зоной пиролиза фронта лесного пожара и на этой основе предложены 15 новых способов и устройств для борьбы с ними.

– Создан новый итерационно-интерполяционный метод для решения трехмерных задач механики реагирующих сред.

– Разработаны новые методики решения обратных (некорректных) задач аэротермохимии и тепломассообмена.

– Предложена теория возникновения и распространения огненных смерчей.

– Созданы и внедрены в практику охраны окружающей среды методики прогноза выбросов вредных веществ в атмосферу при лесных пожарах, при горении нефти и нефтепродуктов, разлитых на различных типах подстилающей поверхности, и выбросов радионуклидов при пожарах в радиоактивных лесах.

– Открыта новая специализация для студентов-механиков механико-математического факультета «Моделирование и прогноз катастроф».

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №08-01-99019 и 08-01-00496) и Федерального агентства по образованию (проект РНП2.1.1.2742).

Инновационные технологии в образовательном процессе

Касаткина Т.В.
Томский государственный университет

За последние два десятилетия в России произошли основательные изменения, которые в свою очередь не смогли не отразиться на отношении молодого поколения к профессиональной деятельности и жизни вообще. Изменилась страна, изменилась идеология людей, соответственно, меняется система образования и подготовки выпускников ВУЗов. Функциональные места в сферах деятельности предъявляют определенные требования к человеку, их занимающему, соответственно, система образования и подготовки должна учитывать эти требования.

Согласно инновационной образовательной программе, в классическом вузе, стало возможным внедрение в учебные программы основного профессионального образования, по всему спектру специальностей ТГУ, междисциплинарного курса «Начальная управленческая подготовка» (НУП) который направлен на формирование и развитие общекультурных компетенций студентов как конкурентного преимущества выпускника ТГУ.

На ММФ разработан УМК по дисциплине «НУП», учитывающий специфику образования в области фундаментальных наук, особенности выпускников механико-математического факультета и направленный на выполнение, прежде всего, следующих задач.

I. Помочь определиться выпускнику ММФ в потенциальных возможностях выхода на те, сегменты рынка труда, где он сможет найти наилучшее приложение своим способностям, знаниям и навыкам. В рамках этой задачи на практических семинарах

а) формулируем личные цели (долгосрочные, краткосрочные);

б) формируем банк перспективных направлений, где «чистый» математик может реализовать свой потенциал и добиться успеха, в том числе в г. Томске (примеры будут предложены в презентации);

в) учимся создавать себе рабочие места, выполняя определенны задания (пример в презентации).

II. Ликвидировать относительную безграмотность наших выпускников в вопросах менеджмента и привить навыки успешного управления (основы менеджмента и эффективного управления).

Формы работы: лекции, тестирование, case-анализ (примеры в презентации).

III. Сформировать навыки работы в команде и навыки ведения деловых переговоров.

Методы работы: интерактивная игра и групповая дискуссия лекции по технологиям ведения переговоров, деловая игра (пример в презентации).

IV. Подготовить выпускника к предстоящему процессу трудоустройства (резюме, анкеты, собеседования и как их пройти, важные мелочи).

Форма проведения занятия: презентация «Искусство чтения резюме (шпионские технологии)», групповая дискуссия, case-анализ (примеры в презентации).

Но, пожалуй, главной задачей является следующая: четко сформулировать, глубоко вникнуть и усвоить основные преимущества фундаментального математического образования и научиться использовать все те навыки, которые сформировались в процессе обучения на ММФ для собственного личностного роста.

Обязательный тренинг «Учиться успешному управлению можно только на опыте успешных людей» построен на анализе деятельности самых богатых и влиятельных людей в мире (Уоррен Баффет, Билл Гейтс и др., «Принципы лидерства», «Как управлять капиталом и людьми»). Включает в себя общение с успешными людьми из числа мехматян нашего города, групповую дискуссию, анализ кейсов.

НУП – это образовательная технология которая работает по принципу: научиться чему-то можно только делая это. Поэтому основная часть курса проходит в режиме игры, когда можно ошибаться и экспериментировать, как раз в таких условиях студенты могут создавать то, чего до них никто не создавал, и могут осваивать управленческую деятельность.

Образовательные программы в области инновационного наукоемкого предпринимательства или в области управленческой подготовки в классических университетах до последнего времени, как правило внедрялись на факультетах которые являются носителями ИТ – идей или имеют теоретическую подготовку в сфере бизнеса. А факультеты, выпускающие теоретиков, так называемых чистых математиков, физиков оставались не охваченными этими программами.

В науку процент выпускников таких факультетов идет небольшой, но все студенты имеют те преимущества, которые дает им математическое образование: логическое и системное мышление, способности к анализу, к прогнозированию, к нахождению неординарных решений и оптимальных путей к таким решениям.

Как показывает статистика среди эффективных менеджеров и успешных предпринимателей достаточно высокий процент имеют базовое математическое, физическое или в области естественных наук образование.

Изогеометрическая сплайн-интерполяции методом ДМКЗ

Квасов Б.И.
Институт вычислительных технологий СО РАН

Задача построения по дискретным данным сложных кривых и поверхностей с сохранением их формы называется *задачей изогеометрической интерполяции* (см. [1]). Наиболее распространенным методом решения этой задачи является сплайн-интерполяция с учетом ограничений монотонности и/или выпуклости данных. Как правило, в структуру сплайна вводятся дополнительные управляющие параметры формы, варьируя которые можно удовлетворить ограничениям формы. Это приводит к необходимости использования специальных функций, что создает трудности при вычислениях из-за ошибок округления (при малых значениях параметров формы) и проблем переполнения (при больших значениях параметров формы). Этих затруднений можно избежать, если задачу изогеометрической интерполяции сформулировать как дифференциальную многоточечную краевую задачу (сокращенно ДМКЗ). Ее дискретизация приводит к необходимости решения линейной системы с пятидиагональной матрицей, которая однако для неравноотстоящих данных может быть плохо обусловлена. Показано, что данную систему можно расщепить на трехдиагональные системы с диагональным преобладанием, решение которых допускает эффективное распараллеливание. Задача двумерной изогеометрической сплайн-интерполяции решается на основе обобщенного бигармонического уравнения методом сеток с использованием схем расщепления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Квасов Б.И. Методы изогеометрической аппроксимации сплайнами. – М.: Физматлит, 2006. – 360 с.

Математическое моделирование динамического состояния передаточных механизмов с циклоидально-эксцентриковым зацеплением

Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р., Становской В.В., Казакявичюс С.М., Ремнёва Т.А.

Томский государственный университет,
ЗАО «Технология маркет»

В настоящее время в промышленно развитых странах эксцентриковые циклоидально-цевочные передачи завоёвывают всё большую долю рынка редукторов. Широкое их распространение обусловлено целым рядом преимуществ, к которым, прежде всего, следует отнести [1]: широкий диапазон передаточных отношений, способность нести высокие нагрузки, высокий коэффициент полезного действия (КПД), компактность устройств и. т. д. Однако в [2] отмечается теоретическая непроработанность таких устройств и, прежде всего, отсутствие достоверных расчётов КПД. Таким образом, теоретическое исследование работы редукторов на циклоидально-цевочной основе является важной и актуальной задачей.

В работе строится математическая модель работы редуктора, использующего эксцентриково-циклоидальное зацепление (ЭЦЗ) и состоящего из червячного элемента, выполняющего роль генератора, и выходной детали, построенной на базе циклоидальной кривой. Основу предлагаемой расчётной модели составляет кинематически согласованное движение идеальных геометрических фигур. Идеальная поверхность червячного элемента получается как геометрическое место точек окружности, центр которой перемещается по винтовой линии. Поверхность выходной детали строится в результате перемещения по винту (движение вперёд по прямой с поворотом) исходной циклоидальной кривой (Рис.1).

Известные из практики эксплуатации таких устройств закономерности перемещения отдельных частей механизма проверяются на построенной кинематической схеме способом квазистатических состояний на различных углах поворота генератора, а также кинематическим способом при заданном характере движения генерирующего элемента.

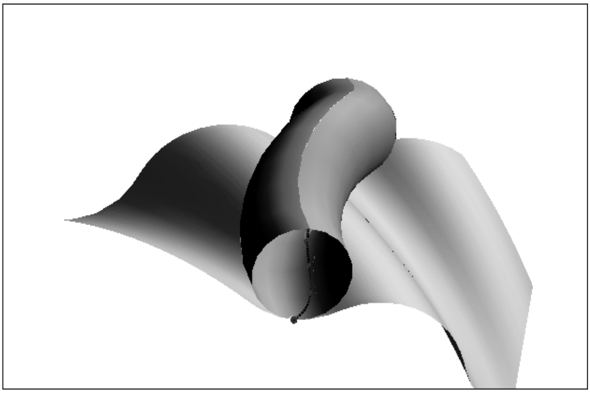


Рис. 1

Как показали вычисления, несмотря на то, что винт лежит в основе конструирования рабочих поверхностей, линия их взаимодействия далека от винтовой, поскольку кривизна этой линии заметным образом меняется.

В основе расчёта усилий в точках контакта лежит принцип Даламбера-Лагранжа. Однако в данном конкретном случае, при расчёте распределённой нагрузки на линии контакта мы исходили из гипотезы о локальном статистическом равновесии, пренебрегая возможными инерционными воздействиями на элементы системы, т. е., в сущности, из принципа виртуальных перемещений (принципа Лагранжа). В тоже время нагрузка на линии контакта находится исходя из принципа распределения входного момента пропорционально синусам углов между усилиями.

Рассчитаны величины локальных скольжений на червячном элементе со стороны выходной детали и со стороны цилиндрического стержня, определены потери входной мощности на трение, коэффициент полезного действия системы, а также значения контактных напряжений на линии соприкосновения вращающихся деталей.

Идея этого же зацепления может быть реализована на более простом оборудовании в варианте с составными колесами. Эксцентриково-циклоидальное зацепление составных колес показано на Рис. 2. Каждое из колес выполнено составным из нескольких повернутых вокруг оси и друг относительно друга венцов. Увеличивая число венцов составных колес, мы будем приближаться к винтовому зацеплению криволинейных зубьев. Его, в свою очередь, можно рассматривать как зацепление составных колес, где число венцов бесконечно велико, а угол поворота между соседними венцами бесконечно мал.

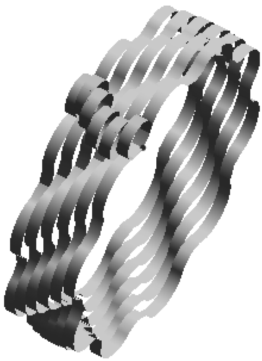


Рис. 2

Поверхность выходной детали может быть выполнена перемещением по прямой со сдвигом эквидистанты трохоиды (удлинённой циклоиды). При этом получается реечная передача. Идея ЭЦЗ применима при конструировании планетарных многосателлитных механизмов. На основе ЭЦЗ найдены новые эффективные решения приводов запорной трубопроводной арматуры, станков-качалок, опорно-поворотных устройств, грузоподъёмных и других механизмов, например, электромеханического усилителя руля автомобиля.

Разработки на основе ЭЦЗ были отмечены золотыми и серебряными медалями Всероссийского выставочного центра, занимали первые места в секторе машиностроения на различных выставках и ярмарках последних лет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов В.А., Кудрявцев И.А. Редукторы на основе планетарно-цевочных передач // Рынок приводной техники. – 2006. – №3 (6). – С. 24-25.

2. Новичков А.А. Эксцентриковые редукторы // Рынок приводной техники. – 2006. – №2 (5). – С. 23-26.

СЕКЦИЯ “АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА”

О равенстве нулю подгруппы Фраттини абелевой группы

Бабанская О.М.
Томский государственный университет

Подгруппа Фраттини $\Phi(A)$ абелевой группы A по определению есть пересечение всех максимальных подгрупп группы A, если они существуют, в противном случае – это сама группа A.

Подгруппа M максимальна в группе A тогда и только тогда, когда факторгруппа A/M является простой, т.е. $A/M \cong Z(p)$ для некоторого $p \in P$, где P – множество всех простых чисел. Далее $A/pA \cong \bigoplus_{r_p(A)} Z(p)$, где $r_p(A)$ – p-ранг группы A, т.е. ранг группы A/pA. Отсюда выводится, что для абелевой группы A $\Phi(A) = \bigcap_{p \in P} pA$. Для p-группы A ее подгруппа Фраттини равна pA.

Лемма 1. Пусть $A = \bigoplus_{i \in I} A_i$. Тогда $\Phi(A) = \bigoplus_{i \in I} \Phi(A_i)$.

2. Пусть $A = \prod_{i \in I} A_i$. Тогда $\Phi(A) = \prod_{i \in I} \Phi(A_i)$.

Выясним теперь, когда $\Phi(A) = 0$ для произвольной абелевой группы A.

Ситуация, когда $\Phi(A) = 0$, появляется в различных исследованиях. Заметим еще, что $\Phi(A)$ есть радикал группы A, рассматриваемой как модуль над кольцом целых чисел.

Будет полезен такой факт. Прежде напомним, что подгруппа B группы A называется слабо сервантной, если $pB = B \bigcap pA$ для любого $p \in P$ [1].

Лемма 2. Если B – слабо сервантная подгруппа группы A, то $\Phi(B) = B \bigcap \Phi(A)$.

В частности, лемма верна для любой сервантной подгруппы B группы A.

Периодическая группа называется *элементарной*, если всякий ее элемент имеет порядок, не делящийся на квадрат.

Теорема 3. Подгруппа Фраттини абелевой группы A равна нулю тогда и только тогда, когда A изоморфна некоторой слабо сервантной подгруппе прямого произведения элементарных p-групп.

Для любой абелевой группы A справедливо равенство $\Phi(A/\Phi(A))=0$. Поэтому можно записать такое следствие.

Следствие 4. Пусть A – произвольная группа. Тогда фактор-группа $A/\Phi(A)$ изоморфна некоторой слабо сервантной подгруппе прямого произведения элементарных p-групп.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т.1. – М.: Мир, 1974.

Кольцевая структура некоторого класса абелевых групп без кручения конечного ранга

Благовещенская Е.А.
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Рассматривается класс A групп без кручения конечного ранга специального вида, а именно, блочно-жестких, почти вполне разложимых групп с циклическим регуляторным фактором. Это означает, что группа $X\in\mathrm{A}$ содержит вполне разложимую вполне характеристическую подгруппу, ее регулятор $A=R\left(X\right)$, определенную единственным образом, такую что X/A является конечной циклической группой, при этом множество критических типов $T=T_{cr}\left(A\right)=T_{cr}\left(X\right)$, определенное каноническим разложением $A=\oplus_{\tau\in Tcr\left(A\right)}A_{\tau}$ на однородные компоненты, состоит из попарно несравнимых типов, см. [1, Глава 13]. Тогда для *блочно-жесткой* группы X каноническое разложение ее регулятора определяется однозначно, при этом прямые разложения самой группы X на неразложимые слагаемые определяются неоднозначно и с точностью до *почти изоморфизма* описываются некоторым набором инвариантов, см. [2]. Предполагается также, что $T_{cr}\left(X\right)$ состоит из идемпотентных типов τ (представимых характеристиками, в которых присутствуют только символы «0» и «∞» см. [3, Глава XIII]).

Вводится класс K_X правильных коммутативных колец K с единицей, таких что для любого кольца $K\in\mathrm{K}_X$ его аддитивная группа K^{+} почти изоморфна группе X и регулятор $R=R\left(K^{+}\right)$ представляется в виде прямой суммы идеалов R_i ранга 1 в кольце K (как обычно, групповые характеристики, примененные к кольцу, относятся к его аддитивной группе). В [4] показано, что такое разложение $R=\oplus_{i\in\mathrm{I}}R_i$ определено однозначно, и R целесообразно называть регулятором блочно-жесткого почти вполне разложимого кольца K (а не только группы K^+).

Существование неизоморфных (и даже не почти изоморфных) прямых разложений групп из класса A проявляется в многозначности определения на них различных (попарно неизоморфных) правильных колец, каждое из которых однозначно разложимо на неразложимые идеалы:

Теорема. Для любого разложения $X = \oplus_{j=1,\dots,s} X_j$ группы из класса A на неразложимые слагаемые существует кольцо $K \in \mathrm{K}_X$, обладающее разложением $K = \oplus_{j=1,\dots,s} K_j$, в котором идеалы K_j неразложимы и группы X_j и K_j^+ являются почти изоморфными, $j = 1,\dots,s$.

Замечание. Для колец из класса K_X, определенного произвольной группой $X \in \mathrm{A}$, существует единственное представление в виде прямой суммы неразложимых идеалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mader A. Almost completely decomposable abelian groups // Gordon and Breach Science Publishers. – Algebra, Logic and Applications. – V.13. – 2000.

2. Blagoveshchenskaya E., Mader A. Decompositions of almost completely decomposable abelian groups // Contemporary mathematics. – 1994. – V. 171. – Pp. 21-36.

3. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т 1,2. – М.: Мир, 1974, 1977.

4. Благовещенская Е. Почти вполне разложимые группы и кольца. // Фундаментальная и прикладная математика. – 2006. – Т. 12, вып. 8. – С. 3-27.

Гельфандовы и риккартовы полутела

Вечтомов Е.М.

Вятский государственный гуманитарный университет

Полутелом называется алгебраическая структура, являющаяся одновременно мультипликативной группой и аддитивной коммутативной полугруппой, причем умножение дистрибутивно относительно сложения с обеих сторон. Класс 1 конгруэнции на полутеле называется ядром полутела. Решетку всех ядер полутела U обозначим $\mathrm{Con}U$. Ядро полутела U, порожденное элементом u, обозначим (u). Ядро P полутела U называется неприводимым, если $A \cap B \subseteq P$ влечет $A \subseteq P$ или $B \subseteq P$ для любых $A, B \in \mathrm{Con}U$. Пусть $\mathrm{Spec}U$ ($\mathrm{Max}U$, $\mathrm{Min}U$) – пространство всех неприводимых (максимальных, минимальных неприводимых) ядер полутела U со стоуновской топологией. Для $u \in U$ и $P \in \mathrm{Spec}U$ положим: $(u)^* = \{v \in U: (u) \cap (v) = \{1\}\}$, $O_P = \{v \in U: (v)^*$ не лежит в $P\}$. Полутело U с дистрибутивной решеткой $\mathrm{Con}U$ называется дистрибутивным; в дистрибутивных U множества вида $(u)^*$ и O_P являются ядрами.

Дистрибутивное полутело U называется: гельфандовым, если для любых его максимальных ядер $M \neq N$ найдутся такие элементы $u \in M \setminus N$ и $v \in N \setminus M$, что $(u) \cap (v) = \{1\}$; риккартовым, если для всех $u \in U$ ядра $(u)^*$ дополняемы; локальным, если U имеет единственное максимальное ядро; неприводимым, если ядро $\{1\}$ неприводимо в U.

Пучковые представления полутел начали изучаться в [1].

*Теорема 1***.** Любое гельфандово полутело $U=(u)$ изоморфно подполутелу полутела $\Gamma(X, \Pi)$ всех сечений компактного пучка Π локальных полутел U_x над компактом X (при $X = \mathrm{Max}U$ и $U_M = U/O_M$). Обратно, полутела сечений $\Gamma(X, \Pi)$ таких пучков Π гельфандовы.

Теорема 2. Всякое риккартово полутело $U=(u)$ изоморфно полутелу сечений $\Gamma(X, \Pi)$ хаусдорфова пучка Π неприводимых полутел U_x над нульмерным компактом X (можно взять $X = \mathrm{Min}U$ и $U_P = U/P$). Обратно, полутела сечений $\Gamma(X, \Pi)$ таких пучков Π риккартовы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вечтомов Е.М., Черанева А.В. Пучки полутел над нульмерным компактом // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2008. – Вып. 10. – С. 32–44.

Об определяемости вполне разложимых абелевых групп без кручения своими группами автоморфизмов

Вильданов В.К., Себельдин А.М.
Нижегородский государственный педагогический университет

Будем говорить, что группа G определяется свей группой автоморфизмов, если не существует такой неизоморфной группы H, что $Aut(G) \cong Aut(H)$.

Решена задача определяемости абелевой группы своей группой автоморфизмов для класса однородных вполне разложимых абелевых групп без кручения.

Nested *G*-invariant subspaces

Mark Grinshpon
Georgia State University

Motivation for this work came from [1], where it is proved that if $p=2$ and G is a finitely generated infinite group, then $H^1(G, \ell^p(G))$ is either zero or infinite dimensional. One may ask if this remains true for any p, $1<p<\infty$, for any H^n, and for any G.

Our approach is to study the cohomology groups as the quotients in the cochain complex: $H^n(G,\ell^p(G))=\ker(d^n)/\mathrm{im}(d^{n-1})$, where d^n : $\mathrm{Hom}_{\mathbf{C}G}(\mathbf{C}G^a,\ell^p(G)) \to \mathrm{Hom}_{\mathbf{C}G}(\mathbf{C}G^b,\ell^p(G))$ for some a,b. Notice that $\mathrm{Hom}_{\mathbf{C}G}(\mathbf{C}G^m,\ell^p(G))$ is isomorphic to $\ell^p(G)^m$.

In [2] Guichardet showed that: if G is finitely generated infinite amenable, then $\mathrm{im}(d^0)$ is not closed in $\ker(d^1)$, and thus $H^1(G,\ell^p(G))$ is infinite dimensional for G amenable; if G is finitely generated nonamenable, then $\mathrm{im}(d^0)$ is closed in $\ker(d^1)$. But these results are special to the case n=1; there is no corresponding results for higher H^n.

In general, we have two closed G-invariant subspaces $X=\ker(d^n)$ and $Y=\mathrm{im}(d^{n-1})$) of $\mathrm{Hom}_{\mathbf{C}G}(\mathbf{C}G^m,\ell^p(G))$. Thus we are led to studying pairs of nested G-invariant subspaces of $\ell^p(G)^m$. This approach turns out to be quite universal. Our key result is the following:

Theorem. Let m be a non-negative integer. Let G be an infinite discrete group, and let $Y \subset X$ be closed G-invariant subspaces of $\ell^p(G)^m$. Then either $Y=X$ or Y has infinite codimension in X.

REFERENCES

1. Bekka B. and Valette A. *Group Cohomology, Harmonic Functions and the First L^2-Betti Numbers*, Potential Analysis, 6 (1997).

2. Guichardet A. Cohomologie des groupes topologiques et des algèbres de Lie, Cedic-F.Nathan, 1980.

Dimensions of ℓ^p-cohomology groups and finite p-harmonic boundaries

Mark Grinshpon, Peter Linnell, Michael Puls
Georgia State University
Virginia Tech
John Jay College – CUNY

Here we describe several applications of the main result reported in [1]. More detailed account will be available in [2].

First is the result that motivated our work in this direction.

Theorem. Let G be an infinite discrete group. If G is of type FP_∞ over $\mathbf{C}$, then each ℓ^p-cohomology group $H^n(G,\ell^p(G))$ is either zero or infinite dimensional. If G is of type FP_n over **C**, then each ℓ^p-cohomology group $H^k(G,\ell^p(G))$, $0 \le k \le n$, is either zero or infinite dimensional.

Although we were motivated by the known results on group cohomology, there is nothing specifically “cohomological” in our approach. And thus the theorem above also holds true for group homologies $H_n(G,\ell^p(G))$.

In another direction, viz. the study of p-harmonic boundaries as defined in [3] and their relation to the first reduced ℓ^p-cohomology, the following result was obtained:

Theorem. Let G be a finitely generated infinite group and let $\partial_p(G)$ be the p-harmonic boundary of G. Then $|\partial_p(G)| = 0,1$, or ∞.

REFERENCES

1. Grinshpon M. Nested G-invariant subspaces.

2. Grinshpon M., Linnell P. and Puls M. Dimensions of ℓ^p-cohomology groups (tentatively), in preparation.

3. Puls M. The p-harmonic boundary for finitely generated groups and the first reduced ℓ^p-cohomology, preprint.

Голоморфы прямых произведений однородных групп

Гриншпон И.Э.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Группы с изоморфными голоморфами называются голоморфно изоморфными. Голоморфно изоморфные группы не обязательно изоморфны. Исследованию голоморфно изоморфных абелевых групп посвящен ряд работ И. Х. Беккера (см. например, [1], [2]).

Обобщением понятия голоморфного изоморфизма является почти голоморфный изоморфизм групп. Две группы называются почти голоморфно изоморфными, если каждая из них изоморфна нормальной подгруппе голоморфа другой группы. Почти голоморфно изоморфные конечно порожденные абелевы группы рассматривались в работе Миллса [3].

Абелева группа без кручения G называется *транзитивной*, если для любых двух элементов $a, b \in G$ таких, что $\chi(a) = \chi(b)$ существует автоморфизм $\varphi \in \mathrm{Aut}(G)$ такой, что $b = \varphi a$.

Пусть $G = \prod\limits_{t \in T_1} G_t$, $H = \prod\limits_{t \in T_2} H_t$ – прямые произведения однородных абелевых групп без кручения G_t и H_t соответственно, T_1 и T_2 – некоторые множества типов. Группы G и H называются подобными, если $T_1 = T_2$ и для всякого типа $t \in T_1$ ранг группы G_t равен рангу группы H_t.

Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $G = \prod_{t \in T_1} G_t$, $H = \prod_{t \in T_2} H_t$ где G_t и H_t – однородные транзитивные группы и множества T_1 и T_2 состоят из попарно несравнимых типов. Если группы G и H почти голоморфно изоморфны, то они подобны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беккер И.Х. О голоморфах абелевых групп без кручения // Изв. вузов. Математика – 1974. – N 3. – С. 3-13.
2. Беккер И.Х. Абелевы группы с изоморфными голоморфами // Изв. вузов. Математика – 1975. – N 3. – С. 97-99.
3. Mills W.H. Multiple holomorphs of finitely generated abelian groups // Trans. Amer. Math. Soc. – 1950. – V. 71, N 3. – Pp. 379-392.

f.i.-корректность периодических абелевых групп

Гриншпон С.Я.

Томский государственный университет

Абелева группа A называется f.i.-*корректной*, если для любой абелевой группы B из того, что $A \cong B'$, $B \cong A'$, где A', B' – вполне характеристические подгруппы групп A и B соответственно, следует изоморфизм $A \cong B$.

Назовем последовательность $a_0, a_1, ..., a_n, ...$ кардинальных чисел сильно зависимой, если существует возрастающая последовательность целых неотрицательных чисел $i_0, i_1, ..., i_n, ...$, отличная от последовательности всех целых неотрицательных чисел, расположенных в естественном порядке, что при $k = 0, 1, 2, ...$ выполняются равенства: $a_k = \sum_{i=i_k}^{i_{k+1}-1} a_i$.

Для p-группы A через $f_A(i)$ будем обозначать ее i-тый инвариант Ульма-Капланского.

Периодическую абелеву группу G назовем U-*группой*, если каждая примарная компонента $\mathrm{T}_p(G)$ группы G удовлетворяет одному из трех условий: а) $\mathrm{T}_p(G)$ – ограниченная группа; б) существует такое бесконечное кардинальное число α, что $f_{\mathrm{T}_p(G)}(i) = \alpha$ для всякого целого неотрицательного числа i; в) последовательность $f_{\mathrm{T}_p(G)}(0), f_{\mathrm{T}_p(G)}(1), ..., f_{\mathrm{T}_p(G)}(n), ...$ не является сильно зависимой.

С помощью результатов о строении вполне характеристических подгрупп абелевых групп из [1] доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть G – периодическая абелева группа, каждая примарная компонента которой является периодически полной группой или группой, разложимой в прямую сумму циклических групп. Группа G f.i.-корректна тогда и только тогда, когда G является U-группой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гриншпон С. Я. Вполне характеристические подгруппы абелевых групп и вполне транзитивность // Фундамент. и прикл. матем. – 2002. – Т 8, Вып. 2 – С. 407-473.

Малость векторных групп

Гриншпон С.Я., Гердт И.В.
Томский государственный университет

Пусть K – некоторый класс абелевых групп. Абелеву группу A назовем *K-малой*, если для любого гомоморфизма $\varphi : A \to \bigoplus_{i \in I} B_i$, где $B_i \in K$ для всякого $i \in I$, существует конечное подмножество J множества I такое, что $\varphi A \subset \bigoplus_{i \in J} B_i$.

Если класс K совпадает с классом всех абелевых групп, то K-малую группу A будем называть *малой*. В [1] изучены свойства K-малых групп и получено описание малых и D-малых абелевых групп, где D – класс всех делимых абелевых групп. В [2] получено описание $\mathfrak{R}$-малых абелевых групп, где $\mathfrak{R}$ – класс всех редуцированных абелевых групп.

Пусть S – некоторый класс узких абелевых групп.

Теорема 1. Пусть $\{A_i\}_{i \in I}$ – некоторое семейство абелевых групп без кручения, где множество I неизмеримо. Группа $\prod_{i \in I} A_i$ является S-малой тогда и только тогда, когда каждая группа A_i $(i \in I)$ является S-малой.

Теорема 2. Всякое прямое произведение абелевых групп без кручения конечного ранга с неизмеримым множеством компонент является S-малой группой.

Теорема 3. Пусть $\mathfrak{R}_1$ – класс всех счетных редуцированных групп, $\{A_i\}_{i \in I}$ – некоторое семейство абелевых групп без кручения, где множество I неизмеримо, и $A = \prod_{i \in I} A_i$. Тогда имеют место следующие утверждения: 1) Группа A является $\mathfrak{R}_1$-малой тогда и только тогда, когда каждая группа A_i $(i \in I)$ является $\mathfrak{R}_1$-малой. 2) Если каждая группа A_i $(i \in I)$ имеет конечный ранг, то A – $\mathfrak{R}_1$-малая группа. 3) Если A – векторная группа, то A – $\mathfrak{R}_1$-малая группа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гердт И.В. Малые абелевы группы // Фундаментальная и прикладная математика, 2007. – Т. 13, № 3. – С. 3-8.
2. Гердт И.В. $\mathfrak{R}$-малые абелевы группы // Труды XXVIII конференции молодых ученых ММФ МГУ. – Москва, 2006. – С. 15-18.

О гомоморфной устойчивости прямых произведений абелевых групп без кручения

Гриншпон С.Я., Ельцова Т.А.
Томский государственный университет
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Группа A называется гомоморфно устойчивой относительно группы B, если объединение гомоморфных образов группы A в группе B является подгруппой группы B.

В [1] и [2] решен вопрос о гомоморфной устойчивости прямых сумм абелевых групп, получено полное описание гомоморфно устойчивых сепарабельных и жестких групп.

В настоящей работе исследуется гомоморфная устойчивость прямых произведений абелевых групп без кручения. В доказанных результатах предполагается неизмеримость множества компонент в прямых произведениях рассматриваемых групп. Это ограничение зависит лишь от аксиоматики теории множеств.

Получены следующие результаты.

Теорема 1. Пусть B – узкая группа и $\{A_i\}_{i \in I}$ – семейство групп без кручения, каждая из которых гомоморфно устойчива относительно группы B, причем множество I неизмеримо. Тогда группа $\prod_{i \in I} A_i$ также гомоморфно устойчива относительно группы B.

Пусть p – произвольное простое число. Обозначим через J_p – аддитивную группу кольца целых p-адических чисел, а через P – прямое произведение счетного множества бесконечных циклических групп.

Теорема 2. Прямое произведение сепарабельных групп без кручения (в частности, любая векторная группа) с неизмеримым множеством компонент является гомоморфно устойчивой относительно любой группы без кручения, не содержащей подгрупп, изоморфных одной из групп P или J_p, где p – произвольное простое число.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гриншпон С. Я., Ельцова Т. А. Гомоморфно устойчивые абелевы группы // Вестник ТГУ – 2003. – №280. – С. 31-33.

2. Гриншпон С. Я., Ельцова Т. А. Гомоморфные образы абелевых групп // Фундамент. и прикл. матем. – 2007. – Т. 13., №3. – С. 17-24.

О некоторых вполне характеристических подгруппах абелевой группы

Дик А.П.

Томский государственный университет

В данной работе представлена связь абелевой группы с её кольцом эндоморфизмов. Проблема изучения радикала кольца эндоморфизма поставлена в книге Крылова П.А. [1].

Пусть G – абелева группа. Обозначим через $E(G)$ – кольцо эндоморфизмов группы G, $J(E(G))$ – радикал Джекобсона кольца $E(G)$. Требуется установить, для каких групп G справедливо равенство $J(E(G))G = Rad(G)$, где группа G естественным образом рассматривается как левый $E(G)$-модуль, а $Rad(G)$ определяется как пересечение всех его максимальных подмодулей.

В рамках изучения данного вопроса получены следующие результаты.

Теорема. Для делимой абелевой группы D справедлив изоморфизм $J\left(E\left(D\right)\right)D \cong Rad\left({}_{E(D)}D\right)$.

Теорема. Пусть A – редуцированная p-группа. Тогда

(a) если A – неограниченная p-группа, то A не содержит максимальных вполне характеристических подгрупп;

(b) если A – ограниченная p-группа, то подгруппа $A[p^{k-1}]$, где $p^k = \max\left\{o(a) \mid a \in A\right\}$, является единственной максимальной вполне характеристической подгруппой группы A.

Теорема. Для ограниченной p-группы справедливо равенство $J\left(E\left(A\right)\right)A = Rad\left({}_{E(A)}A\right)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Связи абелевых групп и их колец эндоморфизмов. – Томск: Томский государственный университет, 2002.– 464 с.
2. Каш Ф. Модули и кольца. – М.: Мир, 1981. – 368 с.

Конформные когомологии Хохшильда

Долгунцева И.А.
Новосибирский государственный университет

Понятие конформной алгебры было введено в работе [1] для формализации свойств алгебраических структур (вертексных алгебр: см. также [2]), возникающих в математической физике. Именно, свойства коэффициентов сингулярной части расширенного операторного произведения (operator product expansion, OPE) можно рассматривать как систему аксиом некоторой алгебраической системы, которая называется конформной алгеброй. Аналогичные структуры возникают при рассмотрении алгебр дифференциальных операторов, комодульных алгебр, дифференциальных алгебр и формального вариационного исчисления в теории нелинейных эволюционных уравнений (см. [3]).

Подход к теории когомологий Хохшильда ассоциативных конформных алгебр был предложен Б. Бакаловым, В. Кацем и А. Вороновым в работе [4], но не был в должной мере развит в приложении к описанию расширений и деформаций конформных алгебр.

В работе [5] автором было предложено другое определение конформных когомологий Хохшильда, которое использует язык псевдоалгебр [3]. Установлено, что вторая группа когомологий Хохшильда алгебры конформных линейных преобразований с коэффициентами в любом бимодуле тривиальна. Как следствие, доказано, что эта алгебра отщепляема в любом расширении с нильпотентным ядром.

Также исследованы унитальные ассоциативные конформные алгебры и унитальные бимодули над ними. Показано, что любая n-коцепь унитальной ассоциативной конформной алгебры C с коэффициентами в бимодуле M однозначно определяется своим значением на $A^{\otimes n}$, где A – ассоциативная алгебра с единицей и локально нильпотентным дифференцированием. Получены необходимые и достаточные условия принадлежности 1-коцепи φ пространству 1-коциклов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Frenkel I.B., Lepowsky J., Meurman J. Vertex operator algebras and the Monster. – New York: Academic Press, 1988.
2. Kac V.G. Vertex algebras for beginners. – Providence, RI: Amer. Math. Soc., 1998.

3. Bakalov B., D'Andrea A., Kac V.G. Theory of finite pseudoalgebras // Adv. Math. – 2001. – V. 162, № 1. – Pp. 1–140.
4. Bakalov B., Kac V.G., Voronov A.A. Cohomology of conformal algebras // Comm. Math. Phys. – 1999. – V. 200, № 3. – Pp. 561–598.
5. Долгунцева И.А. Когомологии Хохшильда для ассоциативных конформных алгебр // Алгебра и логика. – 2007. – Т. 46, № 6. – С. 688–706.

Замечание об h-Δ-алгебраически простых моделях Δ-PJ-теорий

Ешкеев А.Р.
Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

В работе [1] исследуются связи между алгебраической простотой и различными видами атомности. В данном тезисе рассмотрено некоторое обобщение этой связи. Пусть Т- Δ-PJ-теория (как в [2]). Модель А теории Т называется h-Δ-алгебраически простой, если для любой модели В теории Т существует h-Δ-погружение модели А в В. Класс всех Δ-позитивно экзистенциально замкнутых моделей теории Т обозначим E_T^+ . Класс всех h-Δ-алгебраически простых моделей теории Т обозначим $AP_T^{h-\Delta}$. Пусть $E^+AP_T^{h-\Delta} = E_T^+ \cap AP_T^{h-\Delta}$. Т назовем позитивно предмодельно полной, если $E^+AP_T^{h-\Delta} \neq \varnothing$. Формулу $\phi(\bar{x}) \in \Gamma_1$ будем называть почти атомной в теории Т, если для любой формулы $\psi(\bar{x}) \in \Gamma_2$ из совместности $T \cup \{\phi \wedge \psi\}$ следует, что $T \vdash \phi \to \psi$, где Γ_1, Γ_2 – виды формул. Модель А теории Т называется почти (Γ_1, Γ_2)-атомной, если любой кортеж элементов из этой модели удовлетворяет некоторой почти атомной Γ_1-формуле в теории Т. Получен следующий результат. Пусть $\Delta \ = B^+(At)$.

Теорема. Пусть Т – позитивно предмодельно полная ∃-полная Δ-PJ-теория. Тогда следующие условия эквивалентны: 1) модель $A \in E^+AP_T^{h-\Delta}$; 2) модель А – счетная почти (Σ^+,Σ^+)-атомная, где Σ^+ - множество всех позитивных экзистенциальных формул.

ЛИТЕРАТУРА

1. Baldwin J.T., Kuker D.W. Algebraically prime models // Annals of Mathematical Logic – 1981. – V. 20. – Pp. 289-330.
2. Ешкеев А.Р. Категоричные позитивные теории. // Синтаксис и семантика логических систем. Материалы российской школы-семинара, посвященной 100-летию со дня рождения Курта Геделя, 23-27 август 2006 г., Иркутск, Институт математики СО РАН, Изд-во гос. Пед. Ун-т, 2006. - С. 28-32

Об алгоритмах Матиясевича

Забарина А.И., Пестов Г.Г.
Томский государственный педагогический университет
Томский государственный университет

Пусть *A* есть алгоритм, перерабатывающий кортежи из *m* натуральных чисел (*m*-ки) в кортежи из *n* натуральных чисел (*n*-ки). Разумеется, к некоторым *m*-кам *A* может быть неприменим. Согласно тезису Чёрча, существует частично рекурсивная функция *f*, такая что для всех $(x_1,\ldots,x_m)\in \mathrm{N}^m$, $(y_1,\ldots,y_n)\in \mathrm{N}^n$ выполнено: $f(x_1,\ldots x_n)=(\mathrm{y}_1,\ldots,y_n)$ тогда и только тогда, когда $A(x_1,\ldots,x_m)=(y_1,\ldots,y_n)$.

Определим функцию ψ такую, что для всех $(x_1,\ldots,x_m)\in \mathrm{N}^m$, $(y_1,\ldots,y_n)\in \mathrm{N}^n$ выполнено $\psi(x_1,\ldots,x_m)=(x_1,\ldots,x_m,\ y_1,\ldots,y_n)$, если и только если $f(x_1,\ldots x_n)=(\mathrm{y}_1,\ldots,y_n)$. Так как функция *f* частично рекурсивна, то и функция ψ также частично рекурсивна [1]. Множество $M\subset \mathrm{N}^{m+n}$ значений функции ψ рекурсивно перечислимо, следовательно, *M* диофантово [2]. Итак, существует многочлен *F* с целыми коэффициентами от $(m+n+k)$ переменных такой, что $\exists z_1\ldots\exists z_k F(x_1,\ldots,x_m,y_1,\ldots,y_n,z_{1,},\ldots z_k)=0$, если и только если $(x_1,\ldots,x_m,y_1,\ldots,y_n)\in M$.

Пусть *r* есть эффективное заданное отношение линейного порядка на N^{n+k}. Зададим алгоритм *B* следующим образом. Пусть дана *m*-ка$(a_1,\ldots,a_m)$. В порядке, заданном отношением *r*, вычисляем $F(a_1,\ldots,a_m,y_1,\ldots,y_n,z_{1,},\ldots z_k)=0$. Если нашёлся такой кортеж $(y_1{}^*,\ldots,y^*{}_n,z_{1,}{}^*,\ldots z_k{}^*)$ что имеет место равенство ($F(a_1,\ldots,a_m,y_1{}^*,\ldots,y^*{}_n,z_{1,}{}^*,\ldots z_k{}^*)=0$ (1), а для всех кортежей, предшествующих кортежу $(y_1{}^*,\ldots,y^*{}_n,z_{1,}{}^*,\ldots z_k{}^*)$, равенство (1) не имеет места, то полагаем $B(a_1,\ldots,a_ь)=(\mathrm{y}_1{}^*,\ldots,y_n{}^*)$. Если же такого $(y_1{}^*,\ldots,y^*{}_n,z_{1,}{}^*,\ldots z_k{}^*)$ не существует, то алгоритм *B* неприменим к кортежу $(a_1,\ldots,a_m)$. Можно показать, то алгоритмы *A* и *B* эквивалентны.

Алгоритм *B*, который задаётся указанным образом с помощью многочлена некоторого многочлена *F,* назовём алгоритмом Матиясевича. Таким образом, каждый алгоритм, перерабатывающий *m*-ки натуральных чисел в *n*-ки натуральных чисел, может быть задан с помощью некоторого многочлена. в виде алгоритма Матиясевича. В частности, это справедливо и для всех частично рекурсивны функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.: Наука, 1965.
2. Матиясевич Ю.В. Десятая проблема Гильберта. – М.: Наука, 1993.

Многочлены деления круга и гипотеза Дж. Томпсона

Исмоилов Д.
Инновационный Евразийский Университет

В настоящем сообщении рассматривается доказательство следующей гипотезы из теории разрешимости групп.

Гипотеза 4.65. Многочлен $\frac{p^q-1}{p-1}$ никогда не делит $\frac{q^p-1}{q-1}$,если p и q – различные простые числа [1]. Там же приводится следующая фраза: Подтверждение этой гипотезы могло бы упростить доказательство разрешимости групп нечетного порядка (W. Feit, J.G. Thompson, Pasif. J. Math., 13, №3 (1963), 775-1029), сделав ненужным детальное использование порождающих и определяющих соотношений. Дж. Томпсон (J.G.Thompson). Согласно определению многочленов деления круга имеем следующие равенства:

$$f_p(q)=(q-\varepsilon_1)(q-\varepsilon_{\nu_2})\cdots(q-\varepsilon_{p-1}),\ f_q(p)=(p-\eta_1)(p-\eta_{\nu_2})\cdots(p-\eta_{q-1}), \qquad (1)$$

где ε_j, η_r – первообразные корни соответствено p-ой, q-ой степени из единицы.

Далее заметим, что многочлены (1) соответственно являются многочленами деления круга как многочлен корни p-ой степени из единицы и многочлен корни q-ой степени из единицы и вместе с единицей делят единичный круг комплексной плоскости на p и q равных частей. Кроме того, каждый из этих многочленов являются неприводимыми над полем рациональных чисел Q. Пусть $\mu(n)$ – функция Мебиуса. Известно, что

$$\mu(n)=\sum_{\substack{k=1;\\(k,n)=1}}^{n} e^{2\pi i\frac{k}{n}}$$

Теорема. При любых различных простых p и q многочлены $f_p(q)$ и $f_q(p)$ являются взаимно простыми.

Из этой теоремы непосредственно следует гипотеза 4.65.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мазуров В.Д., Хухро Е.И. Нерешенные вопросы теории групп. Коуровская тетрадь. – Новосибирск: НГУ, 2002. – 172 с.

2. Виноградов И. М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1981. – 180 с.

Обобщенная функция Мебиуса и моделирование функциональных последовательностей со свойством «наследия»

Исмоилов Д.
Инновационный Евразийский Университет

Определение 1. (см. более подробно [1–3]) Последовательность $\{a_k(n)\}$ будем называть последовательностью «наследия», если она удовлетворяет одному из следующих функциональных уравнений

$$a_k(n) = \frac{1}{D_1(n)}\sum_{\alpha=1}^{n} a_{k-1}(\alpha); \;\; a_k(n) = \frac{1}{D_1(n)}\sum_{\alpha=1}^{n} a_{k+1}(\alpha); \qquad (1)$$

$D_j(1) \neq 0,\, D_j(0) = 0\cdot$

Равенства (1) являются разностными уравнениями. Нас интересует при натуральных n, проблема существования конкретных (нетривиальных) последовательностей $\{a_k(n)\}$ с $D_1(n), D_2(n)$ удовлетворяющих условиям (1). Сформулируем один из результатов:

Теорема 1. Пусть k – целое число; $1 \leq n$ - натуральное число $-\infty < t < +\infty$. Тогда функциональная последовательность

$$U_{-k}(n;e^t) = \sum_{\alpha=0}^{n-1} I_{n-1}(p^\alpha)(\alpha+1)^k e^{(\alpha+1)t}\,; I_k(n) = \sum_{n_1\cdot n_2\cdot\ldots\cdot n_k = n}\prod_{r=1}^{k}\mu(n_r) \qquad (2)$$

удовлетворяет равенству (1) с $D(n) = n$ и начальным условиям:

$$U_0(n,e^t) = \begin{cases} 1, & n=1,\;\; t=0 \\ 0, & n>1,\;\; t=0 \end{cases}. \qquad (3)$$

Результат теоремы 1 в точности имеет место также в случае замены числа e на любое число $a \neq 1$ и $a > 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исмоилов Д. Рекуррентные свойства функции Мебиуса // Материалы Международной конференции по математике и ее приложение. ТГНУ, Душанбе 1998. – С. 119-122.

2. Исмоилов Д. Последовательности со свойствами «наследия» // В кн.: Современные проблемы функционального анализа и диф. уравнений. Воронеж. 2003. – С. 143-144.

3. Исмоилов Д. О последовательностях наследия // Вестник ТГУ. пбп;1.,Худжанд. 2000. – С. 90-99.

δ-дифференцирование классических супералгебр Ли

Кайгородов И.Б.
Институт математики СО РАН

Понятие дифференцирования алгебры обобщалось многими математиками в самых различных направлениях. В частности, В.Т.Филиппов изучал δ-дифференцирования, т.е. такие линейные отображения φ алгебры, что φ(xy)=δ(φ(x)y+xφ(y)), где δ - некоторый фиксированный элемент основного поля. Он рассмотрел первичные алгебры Ли над ассоциативно-коммутативным кольцом Φ с единицей и ½ [1,2]. В.Т.Филиппов доказал, что любая первичная Φ-алгебра Ли с невырожденной симметрической инвариантной билинейной формой не имеет ненулевого δ-дифференцирования, если δ≠-1,0,½,1. Также он дал описание ½-дифференцирований произвольной первичной Φ-алгебры Ли A (1/6 из Φ) с невырожденной симметрической инвариантной билинейной формой. Им доказано, что линейное отображение φ:A→A является ½-дифференцированием тогда и только тогда, когда φ из Γ(A), где Γ(A) - центройд алгебры A. Отсюда следует, что если A - центральная простая алгебра Ли над полем характеристики p≠2,3 с невырожденной симметрической инвариантной билинейной формой, то любое ½-дифференцирование φ имеет вид φ(x)=αx, α из Φ. В дальнейшем В.Т. Филиппов описал δ-дифференцирования первичных альтернативных и нелиевых мальцевских Φ-алгебр с некоторыми ограничениями на кольцо операторов Φ. Он доказал [3], что алгебры из этих классов не имеют ненулевого δ-дифференцирования, если δ≠0,½,1.

Тривиальными назовем нулевые δ-дифференцирования, а также 0-дифференцирования и 1-дифференцирования. Автор в работе [4] рассматривает действие нетривиальных δ-дифференцирований на простых конечномерных йордановых супералгебрах над алгебраически замкнутым полем характеристики 0 и полупростых конечномерных йордановых алгебрах над алгебраически замкнутым полем характеристики, отличной от 2. Доказывается, что в данных классах алгебр и супералгебр возможны нетривиальные δ-дифференцирования только при δ=½. Для этих классов даётся полное описание ½-дифференцирований и показывается, что φ является ½-дифференцированием тогда и только тогда, когда φ(x) = αx, при некотором α из F.

В настоящей работе даётся описание нетривиальных δ-дифференцирований классических супералгебр Ли над алгебраически замкнутым полем характеристики 0. Результатом работы служит следующая теорема.

Теорема. Пусть φ - нетривиальное δ-дифференцирование классической супералгебры Ли. Тогда δ=½ и φ(x)=αx, при некотором α из F.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филиппов В.Т. О δ-дифференцированиях алгебр Ли // Сиб. матем. ж. – 1998. – Т. 39, № 6. – С. 1409-1422.
2. Филиппов В.Т. О δ-дифференцированиях первичных алгебр Ли // Сиб. матем. ж. – 1999. – Т. 40, № 1. – С. 201-213.
3. Филиппов В.Т. О δ-дифференцированиях первичных альтернативных и мальцевских алгебр // Алгебра и Логика. – 2000. – Т. 39, № 5. – С. 618-625.
4. Кайгородов И.Б. О δ-дифференцированиях простых конечномерных йордановых алгебр и супералгебр // Алгебра и Логика. – 2007. – Т. 46, № 5. – С. 585-605.

Абсолютный радикал Джекобсона почти вполне разложимой абелевой группы

Компанцева Е.И.
Московский государственный педагогический университет

Абсолютным радикалом абелевой группы G называется пересечение $R^*(G)$ радикалов Джекобсона всех ассоциативных колец, аддитивная группа которых равна G. Проблема описания абсолютных радикалов абелевой группы сформулирована в [1].

Пусть G –почти вполне разложимая блочно-жесткая абелева группа с циклическим регуляторным фактором, $G = G_1 \oplus C$ – главное разложение группы G, T – множество критических типов группы G_1, B – регулятор G_1, B_τ – τ-однородная компонента группы B. Будем использовать следующие обозначения:

m_τ – инварианты почти изоморфизма группы G_1 $(\tau \in T)$,

$T_\infty = \{\tau \in T \mid \tau$ содержит конечное число нулей $\}$,

$T_0 = \{\tau \in T \mid \tau$ содержит бесконечное число нулей $\}$,

$$\Lambda_\tau = \{p \mid (p, m_\tau) = 1\} \quad (\tau \in T), \qquad \theta_\tau = \prod_{\tau(p)=0} p \quad (\tau \in T_\infty),$$

$$\theta = [\ \{\theta_\tau \mid \tau \in T_\infty\}, \{m_\tau \mid \tau \in T_0\}\ ], B_\infty = \bigoplus_{\tau \in T_\infty} B_\tau, B_0 = \bigoplus_{\tau \in T_0} B_\tau$$

Если $\overline{G_1}$, $\overline{B_\infty}$, $\overline{B_0}$ – делимые оболочки групп G_1, B_∞, B_0 соответственно, то $\overline{G_1} = \overline{B_\infty} \oplus \overline{B_0}$ и π_∞ – проекция $\overline{G_1}$ на $\overline{B_\infty}$.

Теорема. Пусть G – редуцированная почти вполне разложимая блочно-жесткая абелева группа кольцевого типа с регулятором A и циклическим регуляторным фактором $G / A = \langle d + A \rangle,\ d \in G_1$. Тогда $R^*(G) =$

$$\pi_\infty (\langle \theta d \rangle) + \bigoplus_{\tau \in T} \left(\bigcap_{p \in \Lambda_\tau} pB_\tau \right) \oplus \bigcap_p pC .$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Fuchs L. Infinite abelian groups. – New York and London: Academic Press, 1973. – V. 2. – 416 p.

Критерий отсутствия собственных подгрупп составного порядка в конечной группе

Корнилкина Т.Е.
Томский государственный педагогический университет

Свойство подгрупп конечной группы рассматривались целым рядом известных математиков.

В частности, Лагранж доказал, что порядок произвольной подгруппы конечной группы $G,\ (|G| = n)$ делит порядок самой группы.

Одна из теорем Коши утверждает существование подгрупп простого порядка p, где p - произвольный простой делитель n.

Теоремы Силова позволяют решать вопросы о существовании, свойствах и количестве некоторых (силовских) подгруппах конечной группы G.

Цель работы - получить критерий отсутствия подгрупп составного порядка в произвольной конечной группе. Постановка задачи взята из [1],[2].

При доказательстве теоремы будут использоваться следующие утверждения.

Предложение 1. Произведение двух подгрупп является подгруппой тогда и только тогда, когда они перестановочны [1],[2].

Предложение 2. Пусть $< G, \cdot >$ - конечная группа. A, B - подгруппы группы G. Тогда $|AB| = \dfrac{|A| \cdot |B|}{|A \cap B|}$ [1],[2].

Предложение 3. Пусть $< G/H, \cdot >$ - факторгруппа группы G по нормальному делителю H и $H^* = \{ g_1H, g_2H, ..., g_kH \} \subset < G/H, \cdot >$. Тогда $H^{**} = \bigcup_{i=1}^{k} g_iH$ - подгруппа группы G [1],[2].

Справедлива следующая

Теорема. Пусть $|G| = n$. Для того, чтобы все собственные подгруппы группы G имели простой порядок необходимо и достаточно, что бы каноническое разложение n имело вид: $n = p^2$ или $n = p_1p_2$, где $p_1 \neq p_2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоногов В.А. Задачник по теории групп.- М.: Наука, 2000. – 239 с.
2. Чехлов А.Р. Упражнения по основам теории групп. – Томск: ТГУ, 2004. – 278 с.

Вычисление коммутаторов специального вида в бернсайдовой группе *B*(2,5)

Кузнецов А.А., Шлёпкин А.К.

Красноярский государственный аграрный университет

В 1902 году Бернсайд сформулировал следующую проблему: “Будет ли всякая группа с конечным числом m образующих и тождественным соотношением $x^n = 1$ конечной?”. В общем случае ответ на эту задачу отрицательный [1]. По данной задаче имеется внушительный машинный эксперимент [2], но до сих пор остаётся открытым вопрос о конечности некоторых бернсайдовых групп. Так, например, неизвестно конечна ли группа с двумя образующими $m = 2$ и тождественным соотношением $x^5 = 1$ ($B(2,5)$ – группа), но если она конечна, то $| B_0(2,5) |= 5^{34}$ [4].

Пусть

$$k_1 = [0, 1] = 0^{-1}1^{-1}01 = 0000111101,$$

$$k_m = [k_{m-1}, 1] = k_{m-1}^{-1}1^{-1}k_{m-1}1, \quad m > 1.$$

Одним из доказательств конечности группы $B(2,5)$ могло бы служить следующее соотношение

$$k_6 = [k_5, 1] = e,$$

где e – единица группы $B(2,5)$, 6 – энгелев индекс группы $B_0(2,5)$ [3].

С учетом полученных в [4] соотношений, длина коммутатора k_6 была сокращена от 320 (без учета соотношений) до 280.

Работа выполнена при поддержки гранта Президента РФ для поддержки молодых ученых – МК-2494.2008.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адян С. И. Проблема Бернсайда в тождествах и группах. – М.: Наука, 1975.
2. Vaughan Lee M. The Restricted Burnside Problem. – New York : Clarendon Press, 1993.
3. Кострикин А. И. Вокруг Бернсайда. – М.: Наука, 1986.
4. Кузнецов А.А. Некоторые комбинаторные вопросы в периодических группах. Дис… канд. физ.-мат. наук. Красноярск, 2006.

Метабелевы квазиполя без кручения

Ларин С.В.
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П.Астафьева

Определение. Метабелевым квазиполем назовем систему $\langle F,+,\cdot\rangle$, где $\langle F,+\rangle$ – абелева группа без инволюций, которую будем называть аддитивной группой метабелева квазиполя, $\langle F,\cdot\rangle$ – метабелева группа (коммутант лежит в центре), которую будем называть мультипликативной группой метабелева квазиполя, и для любых $x,y\in G$ имеет место равенство $x\cdot y\cdot x = x+y+x$.

Теорема 1. Пусть дана мультипликативная метабелева группа $\langle G,\cdot\rangle$ без кручения. Существует ее расширение F, в котором для любых $a,b\in F$ существует элемент $v(a,b)\in F$ такой, что $(v(a,b))^2=[b,a]$, причем $G'=F'$. Определим на F операцию сложения, положив для любых $a,b\in F$, $a+b=a\cdot b\cdot v(a,b)$. Тогда система $\langle F,+,\cdot\rangle$ является метабелевым квазиполем и $\langle G,\cdot\rangle$ является подгруппой его мультипликативной группы. Если $\langle F,+\rangle=\langle a_1\rangle\oplus\ldots\oplus\langle a_n\rangle$ и $v(a_i,a_j)=\sum_{k=1}^{n}p_{ijk}a_k$ при некоторых целых p_{ijk}, то

$$\begin{pmatrix} 0 & p_{12k} & \cdots & p_{1nk} \\ -p_{12k} & 0 & \cdots & p_{2nk} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -p_{1nk} & -p_{2nk} & \cdots & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} p_{121} & p_{131} & \cdots & p_{n-1n1} \\ p_{122} & p_{132} & \cdots & p_{n-1n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{12n} & p_{13n} & \cdots & p_{n-1nn} \end{pmatrix}=0 \qquad (1)$$

для любого $k=1,\ldots,n$.

Теорема 2. Пусть дана абелева группа без кручения $F = \langle a_1 \rangle \oplus ... \oplus \langle a_n \rangle$ и множество целых чисел $\{p_{ijk} \mid 1 \le i < i \le n, k = 1,..., n\}$ удовлетворяет условию (1). Определим на множестве F операцию умножения формулой

$$(\sum_{k=1}^{n} \alpha_k a_k) \cdot (\sum_{k=1}^{n} \beta_k a_k) = \sum_{k=1}^{n} (\alpha_k + \beta_k + \sum_{1 \le i < j \le n} p_{ijk} (\alpha_j \beta_i - \alpha_i \beta_j)) a_k .$$

Тогда система $\langle F, +, \cdot \rangle$ является метабелевым квазиполем.

Мазуровские тройки знакопеременных групп

Макосий А.И.
Институт вычислительного моделирования СО РАН

Работа посвящена указанию в явном виде мазуровских троек знакопеременных групп. Мазуровской тройкой группы называют систему образующих группы, состоящую из трёх инволюций, две из которых перестановочны. Указанные явно мазуровские тройки имеют приложения (см., например [2]). Данное исследование выполнено в контексте работы по созданию общедоступного ресурса в Интернет, содержащего мазуровские тройки простых групп.

Как известно [1] , в каждой знакопеременной группе A_n, кроме n равного 2,3,6,7 или 8, такие тройки существуют. В этой работе указаны все мазуровские тройки в каждой знакопеременной группе степени n=4,5,9,…,15 с точностью до их сопряженности.

Теорема. Пусть G - группа, принадлежащая множеству A = $\{A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}\}$, тогда для группы G явно указаны два множества: Mz(G) = {(i,j,k) | |i|=|j|=|k|=|ij|=2, <i,j,k>=G} и C_2(G) = {(p,q) | p = |ik|, q = |jk|, (i,j,k) ∊ Mz(G), p < q}.

Кроме того, явно указан вид мазуровской тройки для групп A_n, n=4k, k>2. А именно, знакопеременная группа A_n, n=4k, k>2 порождается мазуровской тройкой (i,j,k), где i=(1,2)(3,4)...(n-5,n-4)(n-3,n)(n-2,n-1), j=(5,6)(7,8)...(n-3,n-2)(n-1,n), k=(2,3)(4,5)...(n-4,n-3).

Теорема доказана с использованием параллельных вычислений. Программы, реализующие алгоритмы расчетов и указанные в теореме множества размещены по адресу: http://icm.krasn.ru/refextra.php?id=2860.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нужин Я.Н. Порождающие тройки инволюций знакопеременных групп // Математические заметки. – 1990. – Т. 51, № 4. – С. 91-95.

2. Макосий А.И., Тимофеенко А.В. О мазуровских тройках спорадической группы B и гамильтоновых циклах графа Кэли // Дискретная математика. – 2008. – Т. 20, № 1. – С. 87-93.

Финитарные кольца нильтреугольных матриц

Мальцев Н.В.
Сибирский федеральный университет

Пусть K – ассоциативное кольцо с единицей и Г – цепь с отношением порядка ≤. Обобщением финитарных Г-матриц являются слабо финитарные [1]; по определению, у них каждая строка и каждый столбец имеют конечное число ненулевых элементов. Существует слабо финитарная Г-матрица над K, имеющая обратную Г-матрицу, не являющуюся слабо финитарной. Вызывают интерес и другие свойства.

Дифференцированием алгебры R называют его линейное преобразование β с условием $\beta(ab) = \beta(a)b + a\beta(b)$, a, $b \in R$. Пусть далее кольцо K коммутативно и R есть кольцо (нижних) нильтреугольных финитарных Г-матриц; его аддитивно порождают элементарные Г-матрицы xe_{ij} ($x \in K$, i, $j \in \Gamma$, $i > j$). Мы исследуем дифференцирования ассоциированной алгебры Ли $\Lambda(R)$. В случае конечной цепи Г они описаны в [2]. Выделим основные дифференцирования алгебры Ли $\Lambda(R)$.

1. Пусть $x \in \Lambda(R)$. Тогда отображение ad x : $y \to [x, y]$ называется внутренним дифференцированием.

2. Если $x = \sum_{i,j\in\Gamma} d_i e_{ij}$, ($d_i \in K$, $i = j$), то отображение $\eta_x : y \to [x, y]$ называется диагональным дифференцированием.

3. Пусть Г-матрица $||a_{ij}|| \in \Lambda(R)$, тогда отображение μ_c, такое что $||a_{ij}|| \to \sum_{q>i\triangleright j>p} c_j a_{ij} e_{qp}$, $i \triangleright j$ (где p и q – соответсвенно первый и последний элемент цепи Г, j – предшественник i, $c_j \in K$) называется центральным дифференцированием.

4. Определим экстремальные дифференцирования ρ_1 и ρ_2. Пусть r, $s \in K$. Если $2r = 0$, то ρ_1: $a_{mp}e_{mp} \to (ra_{jp} + sa_{mp})e_{qm} - ra_{mp}e_{qj}$, где $q > j \triangleright m \triangleright p$, ρ_2: $a_{qt}e_{qt} \to (ra_{qg} + sa_{qt})e_{tp} - ra_{qt}e_{gp}$, где $q \triangleright t \triangleright g > p$.

Теорема. Пусть K – коммутативное кольцо с единицей, Г– цепь. Тогда всякое дифференцирование φ алгебры Ли $\Lambda(R)$ есть сумма внутреннего, диагонального, центрального, экстремального дифференцирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Levchuk V.M. Sylow Subgroups of the Chevalle Groups and Associated (Weakly) Finitary Groups and Rings, Acta Appl. Math. 85 (2005), 225-232.
2. Ou S., Wang D., Yao R. Derivations of the Lie algebra of strictly upper triangular matrices over a commutative ring // Linear Algebra Appl. – 2007. – V. 724. – Pp. 378-383.

Некоторые вопросы теории абелевых групп

Мисяков В.М.
Томский государственный университет

Пусть G — абелева группа и $E(G)$ — ее кольцо эндоморфизмов. В кольце $E(G)$ существуют следующие радикалы: $A_1(G)$ — радикал Бэра; $A_2(G)$ — радикал Левицкого; $A_3(G)$ — радикал Кете; $A_4(G)$ — радикал Джекобсона; $A_5(G)$ — радикал Брауна - Маккоя; $A_6(G)$ — обобщенный ниль-радикал. Для любого $i=\overline{1,6}$ можно сформулировать следующие проблемы.

Проблема 1(i). Описать элементы радикала $A_i(G)$ в терминах их действия на произвольной группе G. В частности,

Проблема 1(a_i). Если G — вполне разложимая группа без кручения.

Проблема 1(b_i). Если G — вполне разложимая p-группа.

Проблема 1(c_i). Если G — вполне разложимая смешанная группа.

Проблема 1(d_i). Если G — однородная сепарабельная группа без кручения.

Проблема 1(e_i). Если G — сепарабельная группа без кручения.

Проблема 1(f_i). Если G — сепарабельная p-группа.

Проблема 1(g_i). Если G — сепарабельная смешанная группа.

Проблемы $1(a_4), 1(b_4), 1(c_4), 1(d_4)$ уже решены.

Проблема 2(i). Для каких абелевых групп G выполняется равенство $A_i(G)G = A_{i+1}(G)G, \overline{i=1,4}$ и $A_3(G)G = A_6(G)G.$

О некоторых классах абелевых групп с коммутативными кольцами эндоморфизмов

Мисяков В.М.
Томский государственный университет

В монографии [1] поставлена проблема 15: "Свести исследование смешанных групп с коммутативными кольцами эндоморфизмов к исследованию групп без кручения с соответствующими кольцами эндоморфизмов." Ниже рассматривается класс абелевых групп, для которых решается данная проблема.

Теорема 1. Пусть $G = A \oplus B$ — нередуцированная группа, где A — редуцированная, а B — делимая группы. Кольцо $E(G)$ является коммутативным тогда и только тогда, когда выполняется одно из следующих условий: 1) $A = \bigoplus_{p \in P} Z(p^{k_p})$ и $B = Q$; 2) $A = \bigoplus_{p \in P} Z(p^{k_p})$ и $B = \bigoplus_{r_p(B)} Z(p^{\infty})$, причем если $T_p(B) \neq 0$, то $T_p(A) = 0$.

Пусть K — класс смешанных редуцированных абелевых групп A, удовлетворяющих следующим условиям: 1) существует гомоморфизм $f : A \to \prod_{p \in P_1} T_p(A)$ такой, что $\pi_p f = \pi'_p$ для любого $p \in P_1$, где $\pi_p : \prod_{p \in P_1} T_p(A) \to T_p(A)$ и $\pi'_p : A \to T_p(A)$ — проекции; 2) существует максимальная подгруппа B группы A такая, что $qB = B$ для любого $q \in P \setminus P_1$; 3) $imf = im\phi$, где $\phi = f|_B$.

Теорема 2. Пусть $G \in K$. Кольцо $E(G)$ является коммутативным тогда и только тогда, когда $G = G_1 \oplus G_2$, где группы G_1 и G_2 удовлетворяют следующим условиям:

1) если $G_1 \neq 0$, то G_1 — группа без кручения, $E(G_1)$ — коммутативное кольцо и $pG_1 = G_1$ для всякого $p \in P_1$;

2) а) $\bigoplus_{p \in P_1} T_p(G_2) \subseteq G_2 \subseteq \prod_{p \in P_1} T_p(G_2)$, где $T_p(G_2) \cong Z(p^{k_p})$, $k_p \in N$;

б) G_2 p-чиста в $\prod_{p \in P_1} T_p(G_2)$ для всех $p \in P_1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Связи абелевых групп и их колец эндоморфизмов. – Томск: ТГУ. – 2002.

О групповых сравнениях

Павлюк Инесса И.

Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

Теорема 1. Элемент x группы G тогда и только тогда содержится в центре централизатора $Z((C(a))$ элемента $a \in G$, когда он является решением (т.е. $x \in R(ax\ {}_{1}\!\equiv a)$)группового сравнения $ax\ {}_{1}\!\equiv a$. Таким образом, в группе G имеет место формула

$$(\forall a \in G)((x \in Z(C(a))) \Leftrightarrow (x \in R(ax\ {}_{1}\!\equiv a))) \quad (1)$$

Теорема 2. В группе G справедлива формула

$$(\forall a,b,g \in G)((a\ {}_{1}\!\equiv b) \Leftrightarrow (a^{g}\ {}_{1}\!\equiv b^{g})) \quad (2)$$

Теорема 3. Единичный централизатор ${}_{1\equiv}C(a)$-подгруппа группы G.

Теорема 4. В группе G имеет место формула

$$(\forall a \in G)(({}_{1\equiv}C(a) = G) \Leftrightarrow (C(a) \lhd G)), \quad (3)$$

или единичный централизатор произвольного элемента a группы G тогда и только тогда совпадает с самой группой, когда централизатор элемента a является её нормальным делителем.

Теорема 5 [1]. В простой неабелевой группе G единичный централизатор нетривиального элемента $a \in G$ собственная подгруппа.

Теорема 6. Решением $R((ax\ {}_{1}\!\equiv a)\ {}_{1}\!\equiv a)$ группового сравнения $(ax\ {}_{1}\!\equiv a)_{1}\!\equiv a$ являются элементы центра централизатора элемента a группы G и только они, т.е.. в группе G верна формула

$$(\forall a \in G)(R((ax\ {}_{1}\!\equiv a)\ {}_{1}\!\equiv a) = Z(C(a))). \quad (4)$$

Теорема 7. Сравнение $((a^{x}\ {}_{1}\!\equiv z)_{1}\!\equiv z)$, где $z \in Z(G)$, разрешимо в группе G тогда и только тогда, когда группа G абелева, т.е. $(\forall a \in G)((x \in R((a^{x}\ {}_{1}\!\equiv z)_{1}\!\equiv z)) \Leftrightarrow ((\forall a,b \in G)(ab = ba)))$,где $z \in Z(G)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлюк И.И., Сыздыкова А.Т. О единичном централизаторе группы // Тезисы докладов Международной 11-й межвузовской конференции по математике и механике. г. Астана. 2006 г.

2. Павлюк Ин.И. О группах с конечными классами центрального сопряженных элементов // Журнал Поиск, серия физико-математическая, г.Алматы, №3, 2007г.

О проблеме В.Д. Мазурова о периодических группах с локально-циклическим централизатором инволюции

Павлюк И.И.

Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

В [1] внесен вопрос (15.54): Верно ли, что в периодической группе G с инволюцией i, централизатор $C(i)$ которой локально-циклическая 2-группа, все элементы $a \in G$ нечетного порядка, инвертируемые инволюцией i $(a^{i} = a^{-1})$, образуют подгруппу? Ответ на него утвердительный (см. Теорему).

Теорема. Пусть G – периодическая группа, i – инволюция из G, централизатор $G(i)$ - локально-циклическая 2-группа. Тогда в G множество всех элементов нечетного порядка, инвертируемых инволюций i, образует собственную подгруппу.

Лемма 1. Пусть G-группа, i-инволюция из G $(i^2 = 1)$, $(\forall g \in G)(R(ix = i^g))$- решения уравнений $ix = i^g$ в группе G. Тогда в G имеет место $(\forall g \in G)((\forall x \in R(ix = i^g)) \Leftrightarrow (x^g \in R(ix = i^g)))$.

Лемма 2. Пусть G-группа, i – инволюция из G, g - произвольный элемент G, $R(ix = i^g)$- решения уравнений $ix = i^g$. Тогда в группе G верна формула $(\forall y, g \in G)\left(\left(x \in R\left(ix = i^g\right)\right) \Leftrightarrow \left(x \in R\left(i^y x = i^g\right)\right)\right)$.

Лемма 3. Решения $R\left(ix = i^g\right) = \{ x / ix = i^g, i^2 = 1, i, g \in G \}$ в группе G есть инвариантная подгруппа группы G.

Лемма 4. Если элемент a группы G имеет конечный нечетный порядок $|a| = 2k+1$ и он инвертируется инволюцией $i \in G$ $(a^i = a^{-1})$, то $a = ii^g$ для подходящего $g \in G$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нерешенные вопросы теории групп (Коуровская тетрадь). Издание 15. Новосибирск. 2002г. 172с.

2. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука. –1982. – 288 с.

К вопросу о жесткости геометрических решеток

Перминов Е.А., Солдатова Г.Т.
Российский государственный профессионально-педагогический университет

Решетка называется жесткой, если она обладает только тождественным эндоморфизмом или постоянными эндоморфизмами, т.е. эндоморфизмами, преобразующими все элементы решетки в один произвольный фиксированный элемент.

Настоящая работа примыкает к работам [1,2], в которых было доказано, что класс всех жестких решеток является достаточно богатым и арифметически незамкнутым.

Согласно результатам работы [1], язык узкого исчисления предикатов недостаточен для описания жестких решеток. Поэтому возникает вопрос о нахождении других характеристик жесткости.

В настоящей работе рассматривается класс геометрических решеток, т.е. конечных полумодулярных решеток с дополнениями [3, 4]. Нашей целью является нахождение необходимых и достаточных условий жесткости геометрической решетки.

Для этого на множестве всех атомов решетки было рассмотрено бинарное отношение $\approx$, являющееся отношением эквивалентности. Для атомов p и q $p \approx q$ тогда и только тогда, когда $p=q$ или $p \neq q$ и существует конечная линейно упорядоченная последовательность атомов $p = a_0, a_1, ..., a_n = q$ такая, что для любого $i \in \{0,1,...,n\}$ атомы a_i и a_{i+1} индуцируют многогранник.

Попутно мы усиливаем результат работы [3] о подпрямо неразложимых модулярных атомных решетках с дополнениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Важенин Ю.М., Перминов Е.А. О жестких решетках. Исследования по абстрактной алгебре. Свердловск, 1979, с.3-21.

2. Перминов Е.А. О жестких решетках. – рукопись депонировании в ВИНИТИ 13.02.1984, № 847-84 ДЕП, 22с.

3. Gawley P. Dalworth R.P. Algebraic theory of laffices. Englewood Cliffs Hemel Hempsfead. Prentice-kall, 1973.

4. Grapo H.H., G.-C. Rota. On Functations of combinatorial Theory: combinatorial Geometios prelum, ed Camburge. M. II. Press, 1970.

Векторное полипроизведение и n-арные обобщения системы кватернионов

Приходовский М.А.

Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники

Скалярное произведение изначально определяется в пространстве любой размерности. Существует также n-арное обобщение этой операции [2]. В то же время векторное произведение строится только как бинарная операция в трёхмерном пространстве. В связи с этим представляет интерес вопрос о том, при каких условиях возможно обобщение данной конструкции. Оказывается, что наиболее удовлетворительное обобщение векторного произведения для пространства произвольной размерности может быть построено, если не ограничиваться бинарными операциями умножения, а рассматривать n-арные алгебраические операции. При этом число n оказывается сильно взаимосвязанным с размерностью пространства, а именно, n-арное векторное полипроизведение $[a_1, ..., a_n]$ существует в пространстве размерности n+1.

Результат такой операции n-арного умножения можно рассматривать как вектор, ортогональный гиперпространству размерности n, содержащему n векторов, над которыми осуществляется операция (в связи с этим данная операция может также называться векторным гипер-произведением).

Понятие векторного полипроизведения приводит к построению систем обобщённых кватернионов с n-арной операцией. Данные системы строятся по принципу, отличному от классического метода удвоения, описанного в [1]. Изучаются различные свойства таких систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кантор И.Л., Солодовников А.С. Гиперкомплексные числа. – М.: Наука. – 1973.
2. Павлов Д.Г. Обобщение аксиом скалярного произведения. // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. – 2004. – Т. 1, № 1. – С. 5-19.
3. Приходовский М.А. Применение многомерных матриц для исследования гиперкомплексных чисел и конечномерных алгебр // Вестник ТГУ. – 2004. – № 284. – С. 27-30.

Дифференцирования йорданова кольца финитарных нильтреугольных матриц

Радченко О.В.
Сибирский федеральный университет

Аддитивное отображение $\Psi : K \to K$ называем дифференцированием произвольного кольца *K*, если оно удовлетворяет равенству $\Psi(ab) = \Psi(a)b + a\Psi(b)$ для всех $a, b \in K$. Пусть *R=NT(Г,K)* – кольцо всех *Г*-матриц $\| a_{ij} \|_{i,j \in \Gamma}$ над ассоциативным кольцом *K* с единицей с произвольной цепью *Г* индексов и условием нильтреугольности $\| a_{ij} \| = 0,\ i \le j$. Дифференцирования кольца *NT(n,K)*, т.е. кольца *R* с конечной цепью *Г* порядка *n*, описаны в [1] над любым ассоциативным кольцом *K* с единицей. При условии коммутативности кольца *K* в [2] описаны дифференцирования ассоциированной с *NT(n,K)* нильпотентной алгебры Ли. Наша цель – описать дифференцирования ассоциированного йорданового кольца $J(R) = (R, +, \circ)$ с умножением $a \circ b = ab + ba$ ($a, b \in K$). Очевидно, любое дифференцирование кольца *R* есть дифференцирование и кольца *J(R)*. Обратное, вообще говоря, неверно. Найдены дифференцирования кольца *J(R)* (они названы «экстремальными»), которые являются нулевыми по модулю 3-го гиперцентра, а дифференцированиями кольца *R*, вообще говоря, не являются. Основной результат

Теорема. Всякое дифференцирование йорданового кольца *J(R)=NT(Г,K)* над ассоциативным кольцом *K* с единицей есть сумма дифференцирования кольца *R* и экстремального дифференцирования кольца *J(R)*.

Исследования поддерживаются грантом РФФИ (проект № 06-01-00824).

ЛИТЕРАТУРА

1. Chun J.H., Park J.W. Derivations on subring of matrix rings. – Bull. Korean Math. Soc., 2006. – V. 43. – № 3. – p. 635-644.
2. Ou S., Wang D., Yao R. Derivations of the Lie algebra of strictly upper triangular matrices over a commutative ring. – Linear Algebra Appl., 2007. – № 424. – p. 378-383.

О сепарабельных *p*-группах, содержащих вполне характеристические подгруппы, изоморфные самой группе

Савинкова М.М.
Томский государственный университет

Возрастающая последовательность $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_n, ...)$ ординалов и символов ∞ называется U *-последовательностью* для группы G, если для любого $\alpha_i \neq \infty$ имеем α_i меньше длины группы G и всякий раз, когда существует скачок в α_n, α_{n-1}-й инвариант Ульма-Капланского группы G отличен от нуля. ([2])

Пусть G – редуцированная p-группа, $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_n, ...)$ – U-последовательность для группы G и пусть $G(\alpha) = \{g \in G \mid (h^*(g), h^*(pg), ..., h^*(p^n g), ...) \geq \alpha\}$, где $h^*(g)$ – обобщенная p-высота элемента g. $G(\alpha)$ является вполне характеристической подгруппой группы G. Будем говорить также, что $G(\alpha)$–вполне характеристическая подгруппа группы G, определяемая U-последовательностью α. В [2] показано, что если G – неограниченная вполне транзитивная p-группа, то ее подгруппа S является вполне характеристической тогда и только тогда, когда она имеет вид $S = G(\alpha)$ для некоторой U-последовательности α.

В работе исследовались сепарабельные p-группы G, содержащие вполне характеристические подгруппы, изоморфные группе G. Доказан следующий результат.

Теорема. Пусть G - неограниченная вполне транзитивная p-группа, S – вполне характеристическая подгруппа группы G, определяемая U-последовательностью α, где $\lambda(\alpha) = \infty$ и пусть $G \cong S$. Тогда: 1) если последовательность α для некоторого i имеет скачок в α_{i+1}, то $f_G(i) \neq 0$ и $f_G(i) \geq f_G(\alpha_i)$; 2) если в α_{i+1} скачка нет, то $f_G(i) = f_G(\alpha_i)$.

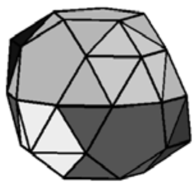
ЛИТЕРАТУРА

1. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы – М.: Мир. – 1974. – Т.1. – 336 с.
2. Kaplansky I. Infinite Abelian groups. – Ann Arbor: The University of Michigan, 1969. – 94 p.

Кристаллографические и конечные группы движений трехмерного пространства и описание выпуклых правильногранников

Тимофеенко А.В.
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева

В основу алгоритма перечисления всех выпуклых многогранников, каждая грань которых либо составлена из двух выпуклых правильных многоугольников, либо является выпуклым правильным многоугольником, а сумма плоских углов в каждой их вершине меньше 2π [1], положено линейное представление групп симметрий этих фигур и явное указание координатных троек их фундаментальных вершин в виде элементов алгебраического расширения поля рациональных чисел. Работа по этому алгоритму привела к созданию алгебраической модели каждого выпуклого



правильногранника (определение см. в тезисах К.Н. Елгиной настоящей конференции). Оказалось, что справедливо.

Предложение. Существует только один выпуклый правильногранник, полученный соединением шести несоставных тел.

Для эффективной реализации в системах компьютерной алгебры и графики необходимые для заполнения пространства кристаллографические группы заменены их конечными гомоморфными образами. Алгоритм создания новых многогранников частично запрограммирован в системах GAP и Maple. Таким образом, классификационное доказательство является синтезом чисто алгебраических, геометрических и машинных рассуждений с визуальным контролем построений трехмерных фигур и символьных вычислений. Уже на этом этапе работа алгоритма привела к подтверждению предположения Н. Джонсона, опубликованного им более 40 лет назад [2], и построению всех выпуклых правильногранников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимофеенко А.В., Гурин А.М. К теории выпуклых правильногранных тел // Доклады Академии Наук. – 2008. – Т. 419, № 3. – С. 320-323.
http://mathworld.wolfram.com/JohnsonSolid.html.

О порождаемости T(F)-радикалов бимодулями

Тимошенко Е.А.
Томский государственный университет

Приведём некоторые понятия из [1]. Пусть S – ассоциативное кольцо с единицей, а ${}_SF$ есть некоторый левый модуль. Тогда для всякого правого модуля A_S через $\mathrm{W}_F(A)$ будет обозначаться сумма всех подмодулей B из A таких, что $B \otimes_S F = 0$. Заданный подобным образом функтор W_F, называемый также T(F)-*радикалом*, является идемпотентным радикалом (основные факты и термины, связанные с радикалами, см. в [2, 3]) категории mod-S правых S-модулей. Его свойства изучались в работе [1]. Частным случаем этого радикала можно считать функтор W_G, который также действует в mod-S, но порождается уже некоторым S-S-бимодулем G.

В связи со статьёй [1] возникает естественный вопрос: в каком случае W_F может быть представлен в виде аналогичного радикала, порождённого S-S-бимодулем? В [4] отмечалось, что это возможно всегда: достаточно взять в качестве искомого бимодуль $F \otimes S$ (здесь «$\otimes$» обозначает тензорное произведение над кольцом целых чисел; бимодульная структура задаётся естественным образом).

Оказывается, верно и более общее утверждение. Напомним [1], что F-нейтрализатором модуля A_S мы называем множество $\mathrm{n}_F(A)$ всех $a \in A$ таких, что в тензорном произведении $A \otimes_S F$ для каждого элемента $f \in F$ выполняется равенство $a \otimes_S f = 0$. В [1] отмечалось, что радикал W_F однозначно определяется F-нейтрализатором n_F. Получена теорема, которая в силу сказанного служит обобщением соответствующего результата из [4]:

Теорема. Для произвольных S и ${}_SF$ выполнено $\mathrm{n}_{F \otimes S} = \mathrm{n}_F$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко Е.А. T-радикалы и E-радикалы в категории модулей // Сиб. мат. журн. – 2004. – Т. 45, №1. – С. 201–210.
2. Кашу А.И. Радикалы и кручения в модулях. – Кишинёв: Штиинца, 1983.
3. Мишина А.П., Скорняков Л.А. Абелевы группы и модули. – М.: Наука, 1969.
4. Тимошенко Е.А. Об идемпотентных радикалах, порождаемых бимодулями // Международная конференция «Алгебра и её приложения»: Тезисы докладов. – Красноярск: СФУ, 2007. – С. 132–133.

Теоремы об *n*-упорядоченных группах

Тоболкин А.А.
Томский государственный университет

Мультипликативная группа кватернионов допускает 4-упорядочивание и не допускает *n*-упорядочивание при *n*<4 [1]. Свободная группа для каждого натурального *n* допускает *n*-упорядочивание [2]. Эффективное *n*-упорядочивание свободной абелевой группы. Теорема о *k*-плоскости в *n*-мерно упорядоченной группе [3]. Проблемы и гипотезы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тоболкин А.А. Теорема о мультипликативной группе кватернионов // Сборник материалов заочной Всероссийской научно-практической конференции «Актуальные проблемы математики и методика ее преподавания». – Томск: ТГПУ, 2007 г.

2. Тоболкин А.А. Об *n*-упорядоченных группах // Материалы X Всероссийской конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и Образование» – Томск: Изд-во ТГПУ, 2006. – Т.1. – Ч.2. – С 107-113.

3. Пестов Г.Г., Тоболкин А.А. *k*-плоскости в *n*-мерно упорядоченных группах // Вестник Томского государственного университета, раздел «Математика». – 2007. – № 301. – С. 92-93.

Об одном классе двумерно упорядоченных полей

Фомина Е.А.
Томский государственный университет

Пусть $\langle K_0, \le \rangle$ есть линейно упорядоченное поле. Построим двумерно упорядоченное расширение K поля K_0, которое состоит из элементов, бесконечно близких к K_0, и элементов самого поля K_0.

Пусть (*A,B*) есть трансцендентное фундаментальное сечение в линейно упорядоченном поле $\langle K_0, \le \rangle$. В топологическом замыкании $\tilde{K}_0$ поля K_0 сечение (*A,B*) порождает некоторый элемент. Обозначим его через a_0. Итак, $A < a_0 < B$.

В поле $K_1 = K_0(a_0)$ требуется задать двумерный порядок, такой что $a \in \overset{o}{K}{}_1^u$, поле $\langle K_1, \zeta \rangle$ бесконечно узко, и правый конус K^r порождает в K_0 линейный порядок $\le$.

Определения и теоремы о функциях ψ_a, ϕ в двумерно упорядоченном поле $\langle P, P^u \rangle$ приведены в [1].

Равенство: $\psi_a(F(a)) = F'(\phi(a)) = \phi(F'(a))$ позволяет задать верхний конус двумерного порядка в кольце $K_0[a_0]$. По аналогии, зададим в $K_0(a_0)$ множество

$$K_1^u = \{f(a_0) \mid f(x) \in K_0(x), f'(a_0) \geq 0\}.$$

В [2] доказано, что K_1^u есть верхний конус 2-порядка в поле K_1

Пример. Линейно упорядоченное поле *$\mathbb{Q}(\pi)$* допускает структуру 2-упорядоченного поля, в котором π принадлежит верхнему конусу 2-порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пестов Г.Г., Двумерно упорядоченные поля. – Томск, 2003.

2. Пестов Г.Г., Фомина Е.А. Конструкция бесконечно узкого двумерно упорядоченного поля. // Вестник ТГУ. Математика и механика. №1, 2007, стр. 50-53.

Квазиизоморфизм факторно делимых групп

Царев А.В.

Московский педагогический государственный университет

Определение. Группа G называется факторно делимой, если она не содержит делимых периодических подгрупп, но содержит такую свободную подгруппу F конечного ранга, что G/F – делимая периодическая группа. Любой базис группы F называется фундаментальной системой группы G.

В кольце $J = \prod_{p \in P} J_p$, где J_p – кольцо целых p-адических чисел, рассмотрим подкольцо R, такое, что $1 \in R$, $T = \bigoplus_{p \in P} J_p \subset R$ и $R/T \cong \mathrm{Q}$. Кольцо R называется кольцом псевдорациональных чисел.

Пусть α – естественный гомоморфизм из факторно делимой группы G в ее Z-адическое пополнение $\widehat{G}$. Так как $\widehat{G}$ является J-модулем, а J является R-модулем, то $\widehat{G}$ – R-модуль. Тогда группе G поставим в соответствие R-модуль $divG \oplus \langle \alpha(G) \rangle_R$, который будем называть псевдорациональной оболочкой группы G и обозначать $R(G)$. Поскольку $\ker\alpha$ совпадает с делимой частью группы G, то G вкладывается в $R(G)$, поэтому далее будем считать G подгруппой в $R(G)$.

Для произвольной системы элементов $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ из факторно делимой группы G рассмотрим R-модуль

$$\Delta G_X = \{(r_1, r_2, \ldots, r_n) \in R^n \mid r_1x_1 + r_2x_2 + \ldots + r_nx_n \in divG\}.$$

Если X – фундаментальная система группы G, то ΔG_X будем называть модулем псевдорациональных отношений группы G.

Теорема. Факторно делимые группы G и H квазиизоморфны тогда и только тогда, когда для произвольных фундаментальных систем X, Y из G и H соответственно, существует целочисленная матрица $A \in GL(n, Q)$, такая, что $\Delta G_X A \doteq \Delta H_Y$.

Работа поддержана грантом президента РФ, № МК-3345.2007.1.

Векторные группы, инвариантные относительно проекций подгруппы которых вполне характеристичны

Чехлов А.Р.
Томский государственный университет

Подгруппа H абелевой группы A называется *и*нвариантной относительно проекций, если $\pi H \subseteq H$ для каждой проекции π группы A.

Теорема. В редуцированной векторной группе $A = \prod_{i \in I} A_i$, где A_i – группы без кручения ранга 1, каждая подгруппа, инвариантная относительно проекций, является вполне характеристической тогда и только тогда, когда группа A представима в виде прямой суммы $A = G_1 \oplus G_2 \oplus G_3 \oplus G_4$ векторных групп G_1, G_2, G_3, G_4, где $G_1 \cong G_2$, G_3 изоморфна некоторому прямому слагаемому в G_2, прямые слагаемые ранга 1 групп $G_1 \oplus G_2 \oplus G_3$ и G_4 не изоморфны, ранг группы G_4 конечен и G_4 не имеет ненулевых элементов бесконечной p-высоты для каждого простого числа p.

О наследственности кольца эндоморфизмов нередуцированной группы

Ярдыков Е.Ю.
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Пусть G – абелева группа. Решена следующая задача: исследование наследственности кольца *E(G)* (левой или правой) сведено к аналогичному вопросу для редуцированной группы G. Наследственные кольца эндоморфизмов абелевых групп подробно изучаются в [1].

Пусть G – нередуцированная и неделимая группа, $G = D \oplus A$, где D – делимая, A – редуцированная группа. Тогда кольцо эндоморфизмов группы G можно отождествить с кольцом обобщенных матриц [1], $E(G)=\begin{pmatrix} E(D) & \mathrm{Hom}(A,D) \\ 0 & \mathrm{E}(\mathrm{A}) \end{pmatrix}$.

Для колец обобщенных треугольных матриц известен критерий правой и левой наследственности, см.[2]. С помощью этого критерия получаются такие результаты.

Теорема 1. Пусть G – нередуцированная и неделимая группа, $G = D \oplus A$, где D – делимая, A – редуцированная группа Пусть $\mathrm{Hom}(A,D) \neq 0$. Тогда $E(G)$ наследственно слева в точности тогда, когда $D = \oplus_n Q \quad (n \in N)$, $E(A)$ – наследственно слева, и $\mathrm{Hom}(A,D)$ – плоский $E(A)$-модуль.

Теорема 2. Пусть G – нередуцированная и неделимая группа. Тогда *E(G)* наследственно справа в точности тогда, когда $G = D_{p_1} \oplus \ldots \oplus D_{p_k} \oplus D_0 \oplus T_{q_1} \oplus \ldots \oplus T_{q_l}$, причем $p_i \neq q_j$ для всех i и j. Здесь $D_{p_i} = \oplus_{m_{p_i}} Z(p_i^{\infty})$, $D_0 = \oplus_n Q$, $T_{q_i} = \oplus_{s_j} Z(q_j)$, m_{p_i}, n – натуральные числа, p_i, q_j – простые числа, $i = 1,\ldots,k$, $j = 1,\ldots,l$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Абелевы группы и их кольца эндоморфизмов. – М.: Факториал Пресс. – 2006.

2. Goodearl K.R. Ring Theory. – New York-Basel, Dekker, 1976.

СЕКЦИЯ “МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ”

Об одной точной константе в оценке приближения функций класса $Lip1$

Абакумов Ю.Г., Карымова Е.Ю.
Читинский государственный университет

Для последовательности $\Lambda = \{L_n\}, L_n : C_{2\pi} \to T_n$, T_n – тригонометрические полиномы, константа $A_H(\Lambda)$ определяется равенством

$$\sup_{f \in Lip_1 1} \left\| L_n(f,x) - f(x) \right\| = A_H(\Lambda) \cdot n^{-1} + o(n^{-1}) .$$

Если Λ – аппроксимирующая последовательность и $A_H(\Lambda)$ существует, то она называется точной (или наилучшей) константой в оценке приближения последовательностью Λ функций класса $Lip1$.

Частный вид тригонометрических операторов Баскакова определяется равенством

$$M_n^{[1](k)}(f(t),x)=\frac{\sin^2\frac{k\pi}{n}}{\pi n}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(x+t)\sin^2\frac{nt}{2}dt}{\sin^2\frac{t}{2}\left(\cos t-\cos\frac{2k\pi}{n}\right)}.$$

Обозначим

$$M_n^{(\lambda,k)}(f(x),x)=\lambda M_n^{[1](1)}(f(x),x)+(1-\lambda)M_n^{[1](k)}(f(x),x).$$

Было показано, что среди операторов $M_n^{(\lambda,3)}$ особое место занимает оператор при значении $\lambda=\bar{\lambda}\approx 0,67472008$. Последовательность $M_n^{(\bar{\lambda},3)}$ «лучше» других операторов этого класса приближает периодическую функцию Хевисайда. Точная константа $A_H(\bar{\lambda})$ для последовательности $M_n^{(\bar{\lambda},3)}$ существует. Было найдено приближенное значение $A_H(\bar{\lambda})\approx 2,020965$. Следует отметить, что она оказалась меньше соответствующих констант для $M_n^{[1](1)}$ и $M_n^{[1](3)}$. Так, в наших обозначениях, $A_H(1)\approx 2,0620845$, $A_H(0)\approx 2,7760871$.

Лёвнеровские семейства отображений, сходящиеся к ядру

Александров А.И., Александров И.А.
Томский государственный университет

Рассматриваются геометрические свойства семейства решений $\varsigma(\tau,z;\mu_n)$, n=1, 2,… уравнения Лёвнера

$$\frac{d\varsigma}{d\tau}=-\varsigma\frac{\mu(\tau)+\varsigma}{\mu(\tau)-\varsigma},\quad \varsigma\big|_{\tau=0}=z,\quad z\in E=\{z:|z|<1\},$$

для некоторого множества аналитических управляющих функций $\mu_n(\tau)$, $0\le\tau<\infty$, $|\mu_n(\tau)|=1$, сходящихся к функции

$$\mu(\tau)=\left(e^{-\tau}+i\sqrt{1-e^{-2\tau}}\right)^3.$$

Функции $\mu_n(\tau)$ соответствует отображение круга E на круг $\varsigma(-z,E;\mu_n)$ с разрезом по гладкой дуге, не проходящей через нуль.

Функция $\varsigma(\tau, z; \mu)$ отображает E на ядро семейства областей $\varsigma(\tau, E; \mu)$ – круг с выброшенной луночкой. Подробное изложение указанного результата содержится в «Вестнике ТГУ», № 299, 2007 г., и оно дополняет статью «Одно замечание об уравнении Лёвнера», опубликованную П.П. Куфаревым в ДАН СССР, № 57, 1947 г.

К методу внутренних вариаций

Александров И.А.
Томский государственный университет

Предлагается новый вывод основной вариационной формулы Голузина для плотного в S множества $S' \subset S$ функций, отображающих единичный круг E на области, получающиеся исключением из $\mathbb{C}$ разрезов по конечному числу жордановых кривых. Такие функции можно представить через решение уравнения Лёвнера. При выводе формулы Голузина используются вариации управляющей функции, входящей в уравнение Лёвнера.

Таким же способом получена основная вариационная формула метода Куфарева, объединяющего вариационный метод и метод параметрических представлений.

Развернутое изложение результатов дано в «Вестнике ТГУ (математика и механика)» №№ 2, 3 за 2008 год.

Приближение периодических функций, имеющих разрывные производные *i*-го порядка

Батырова Р.Р., Шерстюк Т.Ю.
Читинский государственный университет

В.А. Баскаков предложил следующую аппроксимирующую последовательность, относящуюся к методам суммирования рядов Фурье

$$M_n^{[m](k_1,k_2,\ldots k_m)}(f(t),x)=\frac{2^{m-1}\prod\limits_{j=1}^{m}\sin^2\frac{\pi k_j}{n}}{\pi n}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\frac{f(t+x)\cdot\sin^2\frac{nt}{2}}{\sin^2\frac{t}{2}\prod\limits_{j=1}^{m}(\cos t-\cos\frac{2\pi k_j}{n})}dt.$$

В [2] доказано, что если в точке x i-ая производная имеет разрыв первого рода, а вблизи x $f^{(i)}(t)$ непрерывна слева и справа, то

$$M_n^{[m](k_1,..,k_m)}\left(f(t), x+2\rho n^{-1}\right) = f(x+2\rho n^{-1}) + \frac{1}{i!}(-1)^{i+1}\Phi_i(\rho)\left(f_+^{(i)}(x) - f_-^{(i)}(x)\right)n^{-i} + o(n^{-i}),$$

где

$$\Phi_i(\rho) = 2^i \pi^{2m-1} \prod_{j=1}^{m}\left(k_j\right)^2 \int_\rho^\infty \left(1-\frac{\rho}{t}\right)^i \frac{t^{i-2}\sin^2 t}{\prod_{j=1}^{m}\left(\pi^2 k_j^2 - t^2\right)} dt.$$

Для того чтобы этот результат нес конкретную информацию, нужно иметь сведения о поведении функции $\Phi_i(\rho)$.

В ряде работ авторов (часть из них опубликована) получены следующие результаты:

1) $\dfrac{d\Phi_i(\rho)}{d\rho} = -2i\Phi_{i-1}(\rho)$;

2) при $i>0$, если $i \le m$ выполняется $\Phi_{2i}(0)=0$;

3) при любом $m>0$ и при $0<i<2m+1$ выполняется $\lim\limits_{\rho\to\infty}\Phi_i(\rho) = \lim\limits_{\rho\to\infty}\Phi_i'(\rho) = 0$;

4) при $m=1$ и любом допустимом значении k выполняется неравенство $\Phi_1(0)>0$;

5) имеет место равенство $\lim\limits_{k\to\infty}\Phi_{1(k)}(0)=\infty$, точнее, $\Phi_{1(k)}(0)=O(\ln k)$.

6) при $m=2$ выполняется неравенство $\Phi_3(0)<0$;

7) при $m=1$ и $k_1<k_2$ выполняется: $\Phi_{1(k_1)}(0)<\Phi_{1(k_2)}(0)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баскаков В.А. Об операторах класса S_{2m}, построенных на ядрах Фейера // Применение функционального анализа в теории приближений. – Тверь: ТвГУ, 2001. – с. 5–11.

2. Шерстюк Т.Ю. Оценка приближения тригонометрическими операторами Баскакова функций, имеющих точки разрыва i-ой производной // Применение функционального анализа в теории приближений. – Тверь: ТвГУ, 2007. – с. 22–29.

О нулях аналитических в полуплоскости функций с заданной мажорантой в бесконечности

Быков С.В.

Брянский государственный университет

Пусть $\mathbb{C}$ - комплексная плоскость, $\mathbb{C}_+$ - верхняя полуплоскость комплексной полуплоскости $\mathbb{C}$, $H\left(\mathbb{C}_+\right)$ - множество всех голоморфных в $\mathbb{C}_+$ функций, φ - монотонно растущая положительная функция из класса $\mathbb{C}^1(0;+\infty)$. Введём в рассмотрение класс функций $H(\varphi,+\infty)=\left\{f\in H(\mathbb{C}_+):\ln|f(z)|\le C_f\cdot\varphi(|z|), z\in\mathbb{C}_+\right\}$.

Характеризация корневых множеств голоморфных в $\mathbb{C}_+$ функций, имеющих там конечный порядок роста построена в работах Н.В. Говорова [1–2]. В данной работе при некоторых ограничениях на функцию φ, мы получили полное описание корневых множеств функции из класса $H(\varphi,+\infty)$.

Теорема. Пусть φ - монотонно растущая положительная функция на $\mathbb{R}_+$, причём $\varphi\in\mathbb{C}^1(\mathbb{R}_+)$. Предположим, что существует предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\varphi^{/}(x)x}{\varphi(x)}=\alpha_\varphi$, причём $\alpha_\varphi\notin\mathbb{Z}_+,\alpha_\varphi>1$.

Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1). Последовательность $z_n=r_ne^{i\theta_n}, r_n\ge\lambda,\lambda>0, n=1,2,...$ точек из верхней полуплоскости является корневым множеством некоторой ненулевой функции из класса $H(\varphi,+\infty)$.

2). Существует положительное число C такое, что $\forall R>1$ справедливо $\sum\limits_{0<\lambda<r_n\le R}\frac{\sin\theta_n}{r_n}\le C\cdot\frac{\varphi(R)}{R}$, причём C зависит только от последовательности $\{z_n\}_{n=1}^{+\infty}$.

В случае целых α_φ также имеется аналог этой теоремы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Говоров Н.В. Краевая задача Римана с бесконеным индексом. – М.: Наука, 1986. – 240 с.

2. Говоров Н.В. Об индикаторе функций, аналитических и вполне регулярного роста в полуплоскости // Тезисы кратких научных сообщений Международного конгресса математиков, секция 4. – М., 1966. – С. 45–46.

О некоторых точных константах в оценке приближения функций класса $Lip_M 1$ операторами Баскакова

Дубровина Т.В., Коган Е.С.
Читинский государственный университет

Операторами Баскакова называют аппроксимирующую тригонометрическую последовательность операторов

$$M_n^{[m](k_1,\dots,k_m)}\left(f(t),x\right)=\frac{2^{m-1}\prod_{i=1}^{m}\sin^2\frac{\pi k_i}{n}}{\pi n}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(t+x)\sin^2\frac{nt}{2}dt}{\sin^2\frac{t}{2}\prod_{i=1}^{m}\left(\cos t-\cos\frac{2\pi k_i}{n}\right)}.$$

Эти операторы приближают функции класса $Lip_M 1$ с наилучшим порядком $o(n^{-1})$, то есть

$$\left\|M_n^{[m](k_1,\dots,k_m)}\left(f(t),x\right)-f(x)\right\|\le M\cdot A_{\text{H}}^{[m](k_1,\dots,k_m)}n^{-1}+o\left(n^{-1}\right).$$

Для наилучшей величины константы $A_{\text{H}}^{[m](k_1,\dots,k_m)}$ известно следующее выражение

$$A_H^{[m](k_1,\dots,k_m)}=4\pi^{2m-1}\prod_{i=1}^{m}k_i^2\int_0^{\infty}z(t)\frac{\sin^2 tdt}{t\prod_{i=1}^{m}(k_i^2\pi^2-t^2)},\tag{1}$$

где $z(t)=sign\prod_{i=1}^{m}\left(\lambda_i^0-t\right)$. При этом $\lambda_i^0\in\left[k_{i-1}\pi,k_i\pi\right]$ таковы, что

$$\int_0^{\lambda_i^0}\frac{\sin^2 tdt}{t^2\prod_{i=1}^{m}\left(k_i^2\pi^2-t^2\right)}=\int_0^{\infty}\frac{\sin^2 tdt}{\prod_{i=1}^{m}\left(k_i^2\pi^2-t^2\right)}.\tag{2}$$

Трудность состоит в том, чтобы доказать существование множества $\lambda^0=\left\{\lambda_i^0\right\}_{i=1}^m$. Задача была решена в случае $m=1,2,3$. Авторам удалось доказать существование множества $\lambda^0=\left\{\lambda_i^0\right\}_{i=1}^m$ при $m=1,2,3,4$.

Пример отображения с s-усредненной характеристикой

Елизарова М.А.
Томский государственный университет

Следующий пример отображения с s-усредненной характеристикой [1] показывает, что класс таких отображений не пуст и обобщает класс отображений с ограниченным искажением [2], [3].

Пример. Пусть $\mathrm{D} \subset \mathrm{R}^3$ - область, определенная следующим образом:

$$\mathrm{D} = \left\{ x \in \mathrm{R}^3 ; -\infty < x_1 < +\infty, 0 \le x_2 \le |x_1|^\beta, 0 \le x_3 \le 1 \right\}, \text{ где } 0 < \beta \le 2 .$$

Рассмотрим отображение $f : \mathrm{D} \to \mathrm{D}^*$,

$$\mathrm{D}^* = \left\{ y \in \mathrm{R}^3 ; -\infty < y_1 < +\infty, 0 \le y_2 < |x_1|^\beta, 0 \le y_3 \le +\infty \right\},$$

действующее по правилу

$$f(x) = \left\{ y \in \mathrm{R}^3 ; y_1 = x_1, y_2 = \frac{x_2}{|x_1| + 1}, y_3 = x_3 \left(|x_1| + 1 \right)^{1-\alpha} \right\}, \qquad (1)$$

где $0 < \alpha < 1$.

В работе доказано, что при $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta \le 2$ построенное отображение (1) является отображением с s-усредненной характеристикой и не является отображением с ограниченным искажением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малютина А.Н., Кривошеева И.И., Баталова Н.Н. Искажение сферического модуля семейства кривых // Исследования по математическому анализу и алгебре. –2001. – Вып. 3. – С. 189–193.

2. Решетняк Ю.Г. Пространственные отображения с ограниченным искажением. – Новосибирск: Наука. – 1982.

3. Martio O., Ricman S., Vaisala S. Definitions for quasiregular mappings // Ans. Acad Sci. Fenn. – 1969. – V. 448.

Технология оптимального проектирования

Иванов К.Я., Галибей Н.И.
Сибирский государственный технологический университет

Электромеханический привод представляет собой совокупность отдельных агрегатов, обеспечивающих преобразование энергии в движение рабочего органа объекта привода. С формальной точки зрения его можно рассматривать как математический объект, который описывается с помощью функциональных состояний входных и выходных величин, аналитических связей параметров и критериальных показателей привода.

Это позволяет унифицировать математическое описание отдельных преобразователей и является необходимым условием автоматизированного оптимального проектирования. При таком подходе каждому варианту конструкции, определяемому набором параметров влияния, соответствует точка y_i n-мерного пространства.

В общем случае имеются функциональные и параметрические ограничения

$$y_i^{'} \le y_i \le y_i^{''};\ c_i^{'} \le F_i(x) \le c_i^{''}, \tag{1}$$

где $y_i^{'}$, $y_i^{''}$, $c_i^{'}$, $c_i^{''}$ - заданные границы изменения i-го параметра и i-го функционального ограничения.

С помощью целевой функции $\Phi(y)$ сравнивают и варианты ЭМП. Причем задача оптимизации ставится как задача минимизации функции $\Phi(y)$.

Эта задача решается поэтапно. На первом этапе с помощью ЭВМ составляется таблица испытаний, в которой $\Phi_j(y)$ располагается в порядке возрастания. На втором этапе выполняются, при вмешательстве проектировщика, анализ таблиц испытаний и выбор решающего критерия целевой функции $\Phi_j(y)$. На третьем этапе проверяется разрешимость задачи, т.е. непустота множества D. Непустота достигается введением критериальных ограничений

$$\Phi_j(y) \le \Phi_j^*,\ j = 1, 2,\ldots n, \tag{2}$$

где Φ_j^* - худшее допустимое значение целевой функции.

Задача разрешима, если имеется хотя бы один вариант y_i, для которого справедливо неравенство (2). В противном случае необходимо изменить Φ_j^*. Если этого делать нежелательно, то необходимо вернуться к первому этапу и увеличить число испытаний.

Теория предконцов областей произвольного метрического пространства

Кармазин А.П.
Сургутский государственный университет

В работе общие схемы построений и основные результаты теории предконцов областей евклидова пространства $R^n, n \ge 2,$ (см. [1]) распространяются для случая областей произвольного метрического пространства (X, d). Основными объектами рассмотрений являются семейство $\{D\}$ гомеоморфных шару областей (X, d) с заданной на каждой них некоторой внутренней метрикой $\lambda_D(x, y)$ и класс λ-квазиизометрий областей из $\{D\}$.

Пусть $V[D]$ есть множество λ-предконцов, $V_0[D]$ – множество простых λ-предконцов области $D\in\{D\}$ (см. [1]). Пополнение $D\cup V_0[D]$ является топологическим T_1-пространством с первой аксиомой счетности, не являющимся в общем случае ни хаусдорфовым, ни секвенциально компактным. Пусть $\Phi[D]$ есть факторизация множества $V[D]$ λ-предконцов D по их общему цоколю, $\Phi_0[D]$ – множество минимальных элементов $\Phi[D]$, $M[D]$ – множество граничных элементов D, молекул этой области (см. [1]).

Теорема 1. Любая область $D\in\{D\}$ секвенциально предкомпактна в пространстве $D\cup\Phi_0[D]$.

Теорема 2. Любая область $D\in\{D\}$ секвенциально предкомпактна в пространстве $D\cup M[D]$. Кроме того, пополнение $D\cup M[D]$ является еще и хаусдорфовым топологическим пространством.

Теорема 3. Пусть $f: D\to G$ есть λ-квазиизометрия областей D, $G\in\{D\}$. Тогда она всегда продолжается до гомеоморфизмов

$$f^*: D\cup V_0[D]\to G\cup V_0[G],\ f^*: D\cup\Phi_0[D]\to G\cup\Phi_0[G],$$
$$f^*: D\cup M[D]\to G\cup M[G].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Кармазин А.П. Квазиизометрии, теория предконцов и метрические структуры пространственных областей. Применения теории предконцов. – Сургут: Изд. СурГУ, 2008. – 296 с.

Об издании трудов П.П. Куфарева

Копанев С.А.

Томский государственный университет

Ученым советом механико-математического факультета ТГУ по инициативе И.А. Александрова было принято решение об издании научных работ П.П. Куфарева (18.03.1909 – 17.07.1968) к 100-летию со дня рождения. В настоящее время завершена подготовительная работа и получена поддержка ректората. Силами сотрудников кафедры математического анализа и кафедры теоретической механики проделана большая работа по подготовке и компьютерному набору работ П.П. Куфарева, который был в разное время заведующим и той и другой кафедр (первой кафедрой заведовал более 20 лет). Издание планируется в виде одной книги, содержащей три раздела: “Математика” (25 работ), “Механика” (17 работ) и обзорные работы. Все материалы переданы в издательство ТГУ.

Анализ работ П.П. Куфарева показывает, что большинство из них посвящено теории голоморфных функций или используют методы этой теории. П.П. Куфарев предложил новые методы исследования однопараметрических семейств голоморфных функций в зависимости от параметра, которые тут же применял к исследованию плоских задач механики сплошной среды. Остальные работы говорят, кроме всего прочего, о его большом кругозоре как математика и как механика.

Об изоморфизме некоторых пространств дважды сходящихся рядов

Лазарева Е.Г.
Томский государственный университет

Для биекции π: $\mathbf{N} \to \mathbf{N}$ рассмотрим, следуя [1], банахово пространство
$S_{C,\pi} = \left\{ X = (x_k)_1^\infty, x_k \in \mathbf{R} : \sum_{k=1}^{\infty} x_k, \sum_{k=1}^{\infty} x_{\pi(k)} - \text{сходятся} \right\}$.

Аналогично для возрастающей последовательности натуральных чисел $M = \{m_i\}_{i\in\mathbf{N}}$ построим банахово пространство

$$S_{C,M} = \left\{ A = (a_k)_1^\infty, a_k \in \mathbf{R} : \sum_{k=1}^{\infty} a_k, \sum_{i=1}^{\infty} a_{m_i} - \text{сходятся} \right\}.$$

В обоих пространствах в качестве нормы берется максимум из двух супремумов: супремума модулей частичных сумм исходного ряда и супремума модулей частичных сумм второго ряда в определении пространства.

Легко проверить, что для различных последовательностей M, N с бесконечными дополнениями до множества натуральных чисел пространства $S_{C,M}$ и $S_{C,N}$ изоморфны. Изоморфизм пространств $S_{C,\pi}$ и $S_{C,\sigma}$ для некоторых перестановок π и σ можно получить, используя наличие базиса Шаудера в этих пространствах, показанное в [1]. А именно, справедлива теорема

Теорема. Пусть $p,q\in\mathbf{N}$, $p > q \geq 2$, $\pi = \pi_{p,q}$ (т.е. $\pi(pn) = qn$ для всех $n\in\mathbf{N}$, π сохраняет порядок на $\mathbf{N}\backslash\{p\mathbf{N}\}$). Тогда в пространстве $S_{C,\pi}$ найдется базис Шаудера $\{E_j, j\in\mathbf{N}\}$. При этом ряд $\sum_{j=1}^{\infty} a_j E_j$ сходится к элементу X в $S_{C,\pi}$ в том и только в том случае, когда сходятся числовые ряды $\sum_{j=1}^{\infty} a_j, \sum_{i=1}^{\infty} a_{j_i}$ (для некоторой зависящей только от базиса последовательности $J=\{j_i\}_{i\in\mathbf{N}}$), что позволяет определить изоморфизм между пространствами $S_{C,\pi}$ *и* $S_{C,J}$.

Следствие. Если $\pi, \sigma \in \{\pi_{p,q}, p,q \in \mathbf{N}, p > q \geq 2\}$, то пространства $S_{C,\pi}$ и $S_{C,\sigma}$ изоморфны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лазарева Е.Г. Структура пространства дважды сходящихся рядов // Вестник Томского государственного университета. – № 301. – С. 80–86.

Метод модулей для отображений с усредненной характеристикой

Малютина А.Н.
Томский государственный университет

Пусть U — область в $R^n, n \geq 3, f : U \to R^n$ — отображение с s - усредненной характеристикой [1]. Пусть I — замкнутое подмножество в U и f определена на U / I, точки $x \in I$ назовем особыми точками f. Если Γ – семейство кривых в R^n, тогда через $M_p(\Gamma)$, обозначим сферический модуль Γ. Если A – замкнутое подмножество в U / I, а $I_0 \subset I$, то обозначим через $\Gamma^*(A, I_0)$ семейство кривых $\gamma_*(t)$ в $f(U / I)$, которые допускают асимптотические поднятия $\gamma(t)$ [1] такие, что $\gamma(0) \in A$, а $\lim\limits_{t \to 1} \gamma(t) = x \in I_0$.

Теорема 1. Пусть $f : U / I \to R^n$ – отображение с s - усредненной характеристикой, U / I связно, $\Gamma^*(I)$ – семейство асимптотических кривых $\gamma_*(t)$ в $f(U / I)$. Тогда $M_p(\Gamma^*(I_0)) = 0$ в том и только в том случае, когда $M_p(\Gamma^*(A, I_0)) = 0, p = ns / (s+1), s \geq (n-1)^{-1}$.

Теорема 2. Пусть $F_o, F_1 \subset D \subset R^n$ — связные, замкнутые относительно D множества, не вырождающиеся в точку. Тогда $M_\alpha(\Gamma(F_0, F_1; d)) > 0$, при $n - 1 < \alpha \leq n$.

Теорема 3. Пусть $f : U / I \to U$ – отображение с s - усредненной характеристикой, $\dim I \leq 2$ и $\Gamma^*(I)$ – семейство кривых асимптотических для точек $x \in I$. Если $M_\alpha(\Gamma^*) = 0$, $\alpha = ns / (s+1), s > n-1$, $\bigcap(R^n \setminus f(U \setminus I)) \neq 0$, то f продолжается до непрерывного отображения на U.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малютина А.Н., Кривошеева И.И., Баталова Н.Н. Искажение сферического модуля семейства кривых // Исследования по математическому анализу и алгебре. – 2001. – Вып. 3. – С. 189–193.

2. Полецкий Е.А. О стирании особенностей квазиконформных отображений // Мат. сб. – 1973. – Т. 92 (134), 2 (10). – С. 242–256.

Теорема об обращении функции комплексного переменного в нуль

Несмеев Ю.А.
Магнитогорский государственный технический университет

Предлагается теорема, устанавливающая при определённых условиях существование и единственность нуля функции комплексного переменного во внутренней точке замкнутого прямоугольника комплексной плоскости, сводящая поиск нуля функции комплексного переменного к применению следствия из теоремы Коши об обращении в нуль функции действительного переменного. Демонстрируются результаты расчётов, основанных на применении теоремы к вычислению нулей конкретных функций, одной из которых является интеграл вероятности на комплексной плоскости.

Приводятся как те нули интеграла вероятности на комплексной плоскости, которые имеют номера 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, так и координаты вершин соответствующих прямоугольников, использованные при нахождении нулей. Осуществляется сравнение нулей, полученных посредством теоремы, с нулями, приведёнными в справочнике по специальным функциям, изданном в США Национальным бюро стандартов (1964). После округления нулей, полученных с помощью теоремы, до числа значащих цифр, использованного в справочнике, во всех знаках, кроме последнего, имеет место совпадение данных, полученных с помощью теоремы, с данными справочника. Несовпадение наблюдается лишь в одном случае и соответствует максимально допустимой ошибке в справочных данных. Отмечается, что при получении нулей были применены узлы и веса уточняющих квадратур, опубликованные издательством «Наука» (1964). Способ использования квадратур, принятый в расчётах, предварительно был апробирован на вычислении значений пяти специальных функций, определённых на действительной оси и представленных в справочнике таблицами.

Нули, найденные с помощью теоремы, были использованы для отладки программ вычисления посредством уточняющих квадратур значений интеграла вероятности на комплексной плоскости и интегралов от функций, выражающихся через него.

О новых гиббсовских мерах модели Изинга на дереве Кэли

Рахматуллаев М.М.
Наманганский государственный университет

Пусть $\tau^k = (V, L)$, $k \geq 1$ есть дерево Кэли порядка k, где V - множество вершин, L -множество ребер τ^k.

Известно, что τ^k можно представить как G_k - свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка [1-2].

Известно, что каждой мере Гиббса для модели Изинга можно сопоставлять совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ удовлетворяющих

$$h_x = \sum_{y \in S(x)} f\left(h_y, \theta\right) \tag{2}$$

где $S(x)$-множество "прямых потомков" [1] точки $x \in V$ и $f\left(x, \theta\right) = arcth\left(\theta thx\right)$, $\theta = th\left(J\beta\right)$, $\beta = \dfrac{1}{T}$, $T > 0$ температура.

Для $x \in G_k$ обозначим через $x_{\downarrow} = \{y \in G_k :< x, y >\} \setminus S\left(x\right)$. Пусть $G_k \,/\, \overline{G}_k = \{H_1, \ldots, H_r\}$ - фактор группа.

Определение. Совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ назовем $\overline{G}_k$ - слабо периодической, если $h_x = h_{ij}$ при $x \in H_i$, $x_{\downarrow} \in H_j$ для $\forall x \in G_k$.

Пусть $A \subset \{1,2,...,k+1\}$ и H_A соответствующий ему нормальный делитель индекса 2 (см.[1]). Обозначим через $|A|$ число элементов множество A и $\alpha = \dfrac{1-\theta}{1+\theta}$.

Теорема 1. 1) При $|A| = k$ все H_A-слабо периодические меры Гиббса являются трансляционно-инвариантными.

2) При $|A| = 1, k = 4$, существует критическое значение $\alpha_{cr} (\approx 0.152)$, такое, что при $0 < \alpha < \alpha_{cr}$ существуют пять H_A-слабо периодических мер Гиббса; при $\alpha = \alpha_{cr}$ существуют три H_A-слабо периодических мер Гиббса; при $\alpha > \alpha_{cr}$ существуют три H_A-слабо периодических мер Гиббса.

3) При $|A| = 1, k > 5$ и $\theta \in \left(\theta_1, \theta_2\right)$ существуют три H_A-слабо периодические меры Гиббса, где $\theta_{1,2} = \dfrac{k - 1 \pm \sqrt{k^2 - 6k + 1}}{2k}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ганиходжаев Н.Н., Розиков У.А. // ТМФ. – 1997. – Т. 111, № 1. – С. 109–117.
2. Розиков У.А. // ТМФ. – 1997. – Т. 112, № 1. – С. 170–176.

Алгоритм численного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом конформного отображения

Соболев В.В.
Государственная академия сельхозмашиностроения Ростова-на-Дону

Пусть D – односвязная область с жордановой кусочно-гладкой границей Γ в плоскости $w = u + iv$. Требуется найти решение уравнения $\Delta h = \varphi(u, v)$, непрерывное в D вплоть до границы Γ и принимающее на Γ заданные значения: $h\big|_\Gamma = F(u, v),\ (u, v) \in \Gamma$. Задача сводится к соответствующей задаче для круга подходящим конформным отображением $z = f(w)$ области D на круг $E = \{z : |z| < 1\}$ с условиями нормировки $f(w_0) = 0,\ \ f(\omega_0) = 1$. Здесь $w_0 \in D$, $\omega_0 \in \Gamma$ – произвольно фиксированные точки. Пусть $w = g(z)$ – аналитическая функция, обратная к $z = f(w)$. Функция $H(z) = h(g(z))$ удовлетворяет в E уравнению $\Delta H = \Psi(z)$, где $\Psi(z) = \left|f'(w)\right|^{-2} \varphi(u, v),\ \ w = g(z)$, и на границе $\gamma = \partial E$ принимает известные значения: $H(\zeta) = \Phi(\zeta)$, где $\Phi(\zeta) = F(g(\zeta))$.

Искомая функция H представляется в виде суммы $H = H_1 + H_2$, где H_1 – гармоническая в E функция, являющаяся решением задачи Дирихле: $\Delta H_1 = 0$, $H_1(e^{it}) = \Phi(e^{it}),\ \ 0 \le t \le 2\pi$, а функция H_2 удовлетворяет в E уравнению Пуассона $\Delta H_2 = \Psi(z)$ и принимает на γ нулевые значения. Значения функции H_1 могут быть найдены по известной формуле Пуассона. Для нахождения H_2 используется известный факт теории логарифмического потенциала:

$$H_2(z) = \left(2\pi\right)^{-1} \iint_E \Psi \cdot \left(\ln\left|1 - z \cdot \overline{\zeta}\right| - \ln\left|z - \zeta\right|\right) d\sigma.$$

Для приближённого вычисления этого интеграла (со слабой сингулярностью) применяется квадратурный метод с использованием специальной системы узлов, учитывающей положение точки *z*.

Анализ численных экспериментов позволяют сделать вывод, что точность метода достаточно высокая, особенно для случая областей с гладкими границами.

Решение однородной смешанной краевой задачи с параметрами методом граничных интегральных уравнений

Сорокин А.С.
Кузбасский технический университет

В работе рассмотрена однородная смешанная краевая задача с параметрами. Эта задача для аналитических функций имеет большое значение в математической физике, так как к ней сводится задача теории упругости, теории приливов, теории фильтрации, физики анизотропных сред и другие. В связи с необходимостью преодоления эффектов многозначности, проявляющихся из-за многосвязности области, указываются дополнительные условия разрешимости задачи. Используя методы теории функций комплексного переменного, строится интегральное представление регулярной и однозначной в многосвязной круговой области функции, являющейся решением смешанной задачи аналитических функций в этой области, с явным заданием ядерных функций. Следуя методу, предложенному в [1-4], приведена схема решения системы уравнений специального вида. Доказывается, что рассматриваемая система имеет единственное решение и построенные приближения сходятся к этому решению по норме в пространстве функций с модулем, суммируемом со степенью p.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сорокин А. С. Однородная задача М.В.Келдыша - Л.И.Седова для многосвязных круговых областей в классе функций Н.И.Мусхелишвили // Дифференциальные уравнения. – 1989. – Т. 25, № 2. – С. 283–293.

2. Сорокин А. С. Структурные формулы некоторых классов аналитических функций в конечносвязной области // Математический сборник. ИМ РАН им. Стеклова. – 1997. – Т. 188, №12. – С. 107–134.

3. Сорокин А.С. Эффективное решение некоторых краевых задач для аналитических функций // Аналитические методы в теории эллиптических уравнений. – 1982. – С. 50–56.

4. Сорокин А.С. Параметрическое представление функций в конечносвязных областях // Сиб. мат. журн. – 1997. – Т. 38, № 5. – С. 1163–1178.

Ограниченные проекторы в весовых пространствах функций, аналитических в областях со спрямляемой границей

Ткаченко Н.М., Шамоян Ф.А.
Брянский государственный университет

Кривая Γ называется квазиконформной, если $l(w_1, w_2) \le c|w_1 - w_2|$, где $w_1, w_2 \in \Gamma$, $l(w_1, w_2)$ – длина кратчайшей дуги кривой, соединяющей точки w_1, w_2 (см. [1]). Пусть $S = \{z \in C : |z| < 1\}$, G – односвязная область на комплексной плоскости C, ограниченная квазиконформной кривой, $L^p_\beta(G)$ – класс измеримых по Лебегу в G функций f, для которых

$$\|f\|^p_{L^p_\beta(G)} = \int_G |f(w)|^p \, d^\beta(w, \partial G) dm_2(w) < +\infty, \beta > -1, 0 < p < +\infty,$$

$A^p_\beta(G)$ – подпространство пространства $L^p_\beta(G)$, состоящее из аналитических функций. С помощью методов, разработанных в работах [2], [3], устанавливается

Теорема. Пусть G – односвязная область на комплексной плоскости C, ограниченная квазиконформной кривой, $\varphi(z)$ – функция, конформно отображающая S на G, ψ – обратная функция для φ. Тогда интегральный оператор

$$F(w) = P_\alpha(f)(w) = \frac{\alpha+1}{\pi} \int_G \frac{(1 - |\psi(\mu)|^2)^\alpha}{(1 - \overline{\psi(\mu)}\psi(w))^{\alpha+2}} f(\mu) |\psi'(\mu)|^2 dm_2(\mu)$$

непрерывно отображает $L^p_\beta(G)$ на $A^p_\beta(G)$, $1 \le p < +\infty$, $\beta > -1$, $\alpha > 2(\beta+1)$, причем $\|F\|_{A^p_\beta(G)} \le c(\beta, p)\|f\|_{L^p_\beta(G)}, c(\beta, p) = const > 0.$

ЛИТЕРАТУРА

1. Pommerenke Ch. // Comment. Math. Helvetici. – 1977. – V. 52. – Pp. 591-602.
2. Джрбашян М.М. // Сообщ. ин-та математики и механики АН АрмССР. – 1948. – Вып. 2. – С. 3–30.
3. Шамоян Ф.А. // ДАН СССР. – 1981. – Т. 261, № 3. – С. 557–561.

Об интегрируемости уравнения Левнера–Куфарева

Юферова Г.А.
Томский государственный университет

Пусть S – класс голоморфных однолистных в единичном круге функций $f(z) = z + c_2(f)z^2 + \dots$.

Рассмотрим дифференциальное уравнение Левнера – Куфарева

$$\zeta' = -\zeta P(\tau, \zeta),\ \zeta(0, z) = z,\ 0 \le \tau < \infty,$$

где $P(\tau, \zeta)$ – функция непрерывная по совокупности переменных и голоморфна по ζ и $\operatorname{Re} P(\tau, \zeta) > 0$ в единичном круге и $P(\tau, 0) = 1$

$$\zeta(\tau, z) = e^{-\tau} z + c_2 z^2 + \dots.$$

В общем случае уравнение не интегрируется в квадратурах. В этой работе получено решение уравнение Левнера – Куфарева для функции

$$P(\tau, z) = P(\tau, z, t, a) = \left[t + (1-2t) a e^{-\tau}\right] \frac{1-z}{1+z} + \left[1 - t - (1-2t) a e^{-\tau}\right] \frac{1+z}{1-z}.$$

Теорема. При любых a, $t \in [0,1]$ функция

$$\zeta(\tau, z, t, a) = \frac{1 - 2Ae^{-\tau} w - \sqrt{\left(1 - 2Ae^{-\tau} w\right)^2 - 4e^{-2\tau} w^2}}{2e^{-\tau} w},\ 0 \le \tau < \infty$$

где

$$w = w(z) = \frac{z}{1 + 2(1-2t)(1-a) z + z^2},\ A = (1-2t)\left(1 - ae^{-\tau}\right)$$

осуществляет однолистное конформное отображение единичного круга на круговой шестиугольник с границей, образованной единичной окружностью и двумя отрезками вещественной оси.

В частности, при определенных значениях параметров a, t решение отображает круг на круговой треугольник с разрезом от точки -1 до точки $e^{\tau}\left(1 - \sqrt{1 - e^{-\tau}}\right)^2$, на круговой треугольник с разрезом от $e^{\tau}\left(1 - \sqrt{1 - e^{-\tau}}\right)^2$ до 1 и на круговой шестиугольник с разрезами от -1 до $-e^{\tau} + \sqrt{e^{2\tau} - 1}$, от $e^{\tau} - \sqrt{e^{2\tau} - 1}$ до 1.

СЕКЦИЯ "ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ"

Непогружаемость *m*-мерных метрик вращения в виде геликоидальной поверхности в *n*-мерное евклидово пространство

Азов Д.Г., Ершова А.В.
Южно-Уральский государственный университет

Непогружаемость плоскости Лобаческого в E^3 доказана Д. Гильбертом [1], а погружаемость в E^n при $n \geq 5$ установлена в работах Д. Блануши и Э.Р. Розендорна [2, 3]. Вопрос о погружении плоскости Лобачевского в E^4 (без дополнительных ограничений на вид погружения, кроме его регулярности) остается открытым. Э.Р. Розендорн доказал невозможность погружения плоскости Лобачевского в E^4 в виде геликоидальной поверхности [4]. Невозможность погружения двумерных и трехмерных метрик вращения в виде геликоидальных поверхностей в n-мерное евклидово пространство была доказана в [5, 6]. В работе [7] сформулирована и доказана теорема о непогружаемости m-мерных метрик вращения в E^{m+1}.

Теорема. Если $B_{u_1}(u_1)$ – неограниченная функция при $-\infty < u_1 < +\infty$, то метрика $ds^2 = du_1^2 + B^2(u_1) \cdot (du_2^2 + \ldots + du_m^2)$ не допускает изометрического погружения в E^n $(n > m)$ в виде геликоидальной поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гильберт Д. Основания геометрии. – М.; Л.: ОГИЗ, 1948.

2. Blanuša D. Über die Einbettung hyperbolischer Räume in euklidische Räume // Monatsh. Math. – 1955. – Bd. 59, №3. – S. 217 – 229.

3. Розендорн Э.Р. Реализация метрики $ds^2 = du^2 + f^2(u)dv^2$ в пятимерном евклидовом пространстве // ДАН АРМССР – 1960. – Т. 30, №4. – С. 197 – 199.

4. Розендорн Э.Р. К вопросу о погружении двумерных римановых метрик в четырехмерное евклидово пространство // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика, механика. – 1979. – №2. – С. 47 – 50.

5. Глазырина А.В. Непогружаемость метрик вращения в виде геликоидальной поверхности в n-мерное евклидово пространство // Вестник ЮУрГУ. Серия Математика, физика, химия. – 2006. – Вып. 7. – №7 (62). – С. 10 – 12.

6. Азов Д.Г., Ершова А.В. Непогружаемость трехмерных метрик вращения в виде геликоидальной поверхности в n-мерное евклидово пространство // «Математические модели и теория групп». – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ. – 2007. – С. 3 – 7.

7. Ершова А.В. Непогружаемость m-мерных метрик вращения в виде геликоидальной поверхности в (m+1)-мерное евклидово пространство // Вестник ЮУрГУ, Серия «Математика, физика, химия». – 2007. – Вып. 8. – №3 (75). – С. 12 – 14.

О связи между «черепашьей» и дифференциальной геометриями

Баглаев И.И.
Бурятский государственный университет

Язык программирования Лого был создан американским математиком и психологом С. Пэйпертом и характеризуется наличием графического курсора - «черепашки», который может перемещаясь по экрану рисовать линии. В данном докладе представляются методы моделирования некоторых известных кривых с применением динамической «черепашьей» геометрии, в которых используются только команды FORWARD (вперед) и RIGHT (направо по часовой стрелке).

Известно, что если кривая задана как график функции $y = f(x)$, то кривизна k кривой выражается через первую и вторую производные y' и y'' этой функции, при этом $y' = \mathrm{tg}(p) = \mathrm{ctg}(H)$, где p и H, углы между касательной к кривой и осями Оx и Оy, соответственно. Кривизна есть мера поворота касательной и может быть описана как отношение угла поворота RIGHT на величину перемещения FORWARD. Явное задание кривой $y = f(x)$, можно заменить новым ее заданием в терминах кривизны как функции направления H. Для этого нужно выразить y'' через y' и, заменяя y' на $\mathrm{ctg}(H)$, получить функцию $k = g(H)$.

Применим указанный подход для параболы $y = ax^2 + bx + c$. Учитывая, что $y'' = 2a$, получим $k = 2a \sin^3(H)$. На основании этой формулы записывается рекурсивная процедура рисования параболы

```
TO PARABOLA :a
IF YCOR < 0 [STOP] FORWARD 1
RIGHT (PRODUCT 2 :a (SIN HEADING) (SIN HEADING) (SIN HEAD-
ING)) PARABOLA :a
END
```

Аналогичный подход возможен и для кривых, заданных параметрическими уравнениями, в частности циклоида может быть начерчена следующей процедурой

```
TO CYCLOID :a
IF XCOR > 499 [STOP]
FORWARD PRODUCT :a SIN HEADING
RIGHT 1 CYCLOID :a
END
```

Минимальная система элементов, не являющаяся базисом

Бухтина И.П., Хмылева Т.Е.
Томский государственный университет

В данной работе рассматривается полная система линейно-независимых элементов $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\|g_n\| = 1 \quad \forall n \in \mathrm{N}$ сепарабельного гильбертова пространства *H*, обладающая свойством

$$\begin{aligned} &(g_1, g_j) = a_1,\ j > 1, \\ &(g_2, g_j) = a_2,\ j > 2, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &(g_i, g_j) = a_i,\ j > i, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad\qquad 0 < a_0 < a_i < 1, \forall i, j \in \mathrm{N} \end{aligned} \tag{1}$$

Определение 1. Система элементов $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ в бесконечномерном банаховом пространстве *E*, называется базисом в *E*, если для каждого $x \in E$ существует единственная последовательность скаляров $\{\alpha_n\}$ такая что

$$x = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i x_i .$$

Определение 2. Пусть *E* банахово пространство, *Г* непустое множество. Семейство $\{x_\gamma, x_\gamma^*\}_{\gamma\in\Gamma}$ пар в $E \times E^*$ называется биортогональной системой в $E \times E^*$, если $(x_\alpha, x_\beta^*) = \delta_{\alpha,\beta}$, где $\delta_{\alpha,\beta} = \begin{cases} 1, \alpha = \beta \\ 0, \alpha \neq \beta \end{cases}$, для всех $\alpha, \beta \in \Gamma$.

Семейство $\{x_\gamma\}_{\gamma\in\Gamma} \subset E$ называется минимальной системой, если существует семейство $\{x_\gamma^*\}_{\gamma\in\Gamma} \subset E^*$, такое что $\{x_\gamma, x_\gamma^*\}_{\gamma\in\Gamma}$ - биортогональная система [1].

Теорема 1. Пусть $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\|g_n\| = 1$, $\forall n \in \mathrm{N}$ полная система линейно-независимых элементов сепарабельного гильбертова пространства *H*, удовлетворяющая условию:

$$(g_i, g_j) = \eta,\ i, j \in \mathrm{N} \text{ для некоторого } \eta > 0 .$$

Тогда последовательность $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$ является минимальной, хотя не является базисом.

Доказательство данной теоремы основано на построении системы $\left\{g_n^*\right\}_{n=1}^{\infty} \subset H^*$ такой, что $\left\{g_n, g_n^*\right\}_{n=1}^{\infty}$ – биортогональная система.

Теорема 2. Полная система линейно-независимых элементов $\left\{g_n\right\}_{n=1}^{\infty}$, $\left\|g_n\right\| = 1 \quad \forall n \in \mathrm{N}$ сепарабельного гильбертова пространства *H*, обладающая свойством (1), не является базисом в пространстве *H* и даже не является базисной последовательностью в пространстве *H*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Petr H´ajek, Vicente Montesinos Santaluc´ıa, Jon Vanderwerff and V´aclav Zizler. Biorthogonal Systems in Banach Spaces. – Springer Science+Business Media, LLC, 2008 – 339 p.

Связность пространства приложенных ковекторов

Бухтяк М.С.
Томский государственный университет

Пусть V – линейное 3-пространство над $\mathbb{R}$, и V^* – сопряженное ему пространство ковекторов. Составим 6-мерное линейное пространство $\left(V \times V^*, \mathbb{R}, +, \cdot\right)$: вектор в $V \times V^*$ есть упорядоченная пара $\overline{\alpha} = \left(\overline{a}, \underline{b}\right)$, линейные операции – покомпонентные. Для векторов из $V \times V^*$ определён скалярный квадрат $\overline{\alpha}^2 = \left\langle \overline{a}, \underline{b} \right\rangle$ – свертка вектора и ковектора. Тогда $V \times V^*$ приобретает структуру пространства R_6^3.

Далее, пусть A_3 есть 3-мерное точечно-векторное пространство [1] с точечным множеством U и линейным пространством V. Очевидным образом строим 6-мерное пространство D_6 [2] с точечным множеством $U \times V_3^*$ и линейным пространством $V \times V^*$, указанным выше. Если подвижной репер пространства A_3 есть $\left\{M, \overline{e}_i\right\}$, а деривационные формулы $d\overline{M} = \omega^i \overline{e}_i$, $d\overline{e}_i = \omega_i^j \overline{e}_j$ то в D_6 ему соответствует репер $\left\{\overline{x}, \overline{\varepsilon}_i, \underline{\varepsilon}^i\right\}$, где $\overline{x} = \left(\overline{M}, \underline{e}^3\right)$, $\overline{\varepsilon}_i = (\overline{e}_i, \underline{0})$, $\underline{\varepsilon}^i = (\overline{0}, \underline{e}^i)$. Соответственно, $d\overline{x} = \omega^i \overline{\varepsilon}_i - \omega_i^3 \underline{\varepsilon}^i$, $d\overline{\varepsilon}_i = \omega_i^j \overline{\varepsilon}_j$, $d\underline{\varepsilon}^i = -\omega_j^i \underline{\varepsilon}^j$. На D_6 получаем локально плоскую связность, согласованную с метрикой. Геодезическая линия этой связности есть прямая линия пространства D_6 [2], то есть прямолинейный ряд точек в A_3 и пучок плоскостей этого же пространства A_3, находящиеся в аффинном соответствии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. – М.: Наука, 1970. 528 с.

2. Бухтяк М.С. Интерпретация нуль-пар трехмерного центроаффинного пространства// Исследования по математическому анализу и алгебре. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2001. Вып.3. с. 39-45.

Теория топологической степени в исследовании квазилинейных бифуркационных задач

Вавилов С.А., Федотова В.С.
Санкт-Петербургский государственный университет
Ленинградский государственный университет имени А.С. Пушкина

В теории дифференциальных уравнений огромную роль играет так называемый топологический метод. Данный метод базируется на теории индекса векторного поля, степени отображения, вращении векторного поля, которые позволяют, накладывая определенные условия, делать оценки, формулировать теоремы о разрешимости целого класса краевых задач общего типа. После установления факта существования, по крайней мере, одного решения задачи, используются итерационные методы ее решения.

Рассматривается разрешимость систем функциональных уравнений вида $u = F(u,\lambda),\ D(u,\lambda) = 0$, где $u \in E,\ \lambda \in R^n$, $F : E \times R^n \to E$ – нелинейный оператор, $D : E \times R^n \to R^n$ – нелинейный вектор-функционал, E – банахово пространство. Мощным средством исследования систем такого вида является теория топологической степени Лерэ-Шаудера, которая развита таким образом, что ее можно применять к отображениям вида

$$\Psi(u,\lambda) = \begin{Bmatrix} u - F(u,\lambda) \\ D(u,\lambda) \end{Bmatrix}.$$

Общая методика исследования основывается на использовании теории степени Лерэ-Шаудера для анализа специально сконструированных систем уравнений ветвления, построенных на базе редукции Ляпунова-Шмидта, проверке условий корректного определения степени $\deg(\Psi,\Omega,0)$ (компактность и невырожденность) и выполнимости условия топологической нетривиальности на областях $\Omega_1 \in E,\ \Omega_2 \in R^n$, то есть $\deg(\Psi,\Omega,0) \neq 0$. В результате анализа устанавливаются области, содержащие точки бифуркации, а затем множество точек бифуркации на этих интервалах может быть аппроксимировано методом Галеркина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Е.О. Топологический метод исследования ветвления решений нелинейных краевых задач. Дисс. ... к. ф.-м. н., 1997.

Сферические функции на однородных пространствах группы де Ситтера

Варламов В.В.
Сибирский государственный индустриальный университет

Исходной точкой настоящего исследования является аналогия между универсальными накрытиями групп Лоренца и де Ситтера, впервые установленная Такахаши [1] (см. также работу Штрёма [2]). А именно, универсальным накрытием группы де Ситтера $SO_0(1,4)$ является $spin_+(1,4) \cong Sp(1,1)$ и спинорная группа $spin_+(1,4)$ описывается в терминах 2×2 кватернионных матриц. Сферические функции на группе $SO_0(1,4)$ понимаются как функции представлений класса 1, реализуемые на однородных пространствах этой группы. Сферическая функция на групповом многообразии группы де Ситтера задается следующим двойным рядом от произведений трех гипергеометрических функций [3]:

$$Z_{mn}^{\sigma}(\cos\theta^{q}) = \sqrt{\frac{\Gamma(\sigma+m+1)\Gamma(\sigma-n+1)}{\Gamma(\sigma-m+1)\Gamma(\sigma+n+1)}}\cos^{2\sigma}\frac{\theta}{2}\cos^{2\sigma}\frac{\varphi}{2}\cos^{2\sigma}\frac{\tau}{2}\times$$
$$\sum_{k=-\sigma}^{\sigma}\sum_{t=-\sigma}^{\sigma} i^{m-k} tg^{m-t}\frac{\theta}{2} tg^{t-k}\frac{\varphi}{2} th^{k-n}\frac{\tau}{2}\, {}_2F_1\left(m-\sigma,-t-\sigma;m-t+1;-tg^2\frac{\theta}{2}\right)\times$$
$${}_2F_1\left(t-\sigma,-k-\sigma;t-k+1;-tg^2\frac{\varphi}{2}\right){}_2F_1\left(k-\sigma,-n-\sigma;k-n+1;-tg^2\frac{\tau}{2}\right).$$

Сферические функции для других однородных пространств группы $SO_0(1,4)$ являются частными случаями функции $Z_{mn}^{\sigma}(\cos\theta^{q})$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Takahashi R. Sur les representations unitaries des groupes de Lorentz generalises // Bull. Soc. math. France. 1963. V. 91, P. 289-433.
2. Strom S. On the decomposition of a unitary representation of (1+4) de Sitter group with respect to representations of the Lorentz group // Arkiv Fysik. 1969. V. 40, P. 1-33.
3. Varlamov V.V. Spherical functions on the de Sitter group // J. Phys. A: Math. Theor. 2007. V. 40, P. 163-201.

Исследование точек пересечений параболы с кониками

Гетманюк И.Б.
Ижевский государственный технический университет

В результате исследований [1] на кафедре АСОИУ ИжГТУ был предложен метод собственного неортогонального постоянного (СНОП) базиса квадратичной формы, позволяющий получать значения параметров для любого, в том числе вырожденного преобразования на Евклидовой плоскости над действительным полем.

Анализ применения показал, что базис не существует для простых преобразований (гомотетия, поворот) эллипса (гиперболы), но в близких преобразованиях принимает значения, сохраняющие основные свойства данных трансформаций. Для более сложных (сжатие), базис вырожден, но существует. Для самых сложных (сдвиг) – без базиса невозможно получать параметры, но обязательно возникает проблема двойного увеличения возникающих значений параметров, которая, впрочем, позволяет проверять правильность найденных коэффициентов. На основе СНОП базиса квадратичной формы появилась возможность аналитического нахождения точек пересечения различных кривых второго порядка.

Так как парабола является вырожденным коническим сечением, и не является центрально симметричной фигурой, поэтому вывод формул СНОП базиса более трудоемок, чем для эллипса и гиперболы.

В настоящее время проводятся исследования параболы на наличие данного базиса. Кроме того, рассчитываются результирующие канонические формулы для обеих формул параболы для преобразований «поворот + сдвиг» и «поворот + сжатие». Данные исследования проводятся исходя из того, что схема преобразований и локальная неоднородность окрестности центрально симметричных конических сечений остается такой же.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ложкин А.Г. Неортогональный собственный постоянный базис квадратичной формы – Вестник ИжГТУ №4(40), Изд-во ИжГТУ, Ижевск, 2008.

Методы торической и тропической геометрии в теории формальных регулюсов

Горбатенко Е.М.
Томский государственный университет

Далее через k обозначается некоторое поле (например, $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$). Через (K,∂) обозначается дифференциальное поле дробно-рациональных степенных рядов от переменной t с коэффициентами в поле k. Через val обозначается естественное нормирование поля K. Всякий элемент из линейного пространства K^{m+1} будем интерпретировать как формальную кривую в $m+1$-мерном аффинном пространстве. Соответственно, аффинная прямая l в K^{m+1} интерпретируется как формальный регулюс и порождает модуль $M(l)$ над кольцом дифференциальных операторов $k[\partial]$.

Теорема. Множество всех формальных регулюсов является торическим многообразием над K и изоморфно $TP^m(K)$ – касательному многообразию проективного пространства $P^m(K)$.

В случае $k=\mathbb{R}$ определено отображение моментов, позволяющее по аналогии с [1] задать аналог инвариантной кэлеровой метрики. Для этого используется представление $TP^m(K)$ как проективного пространства над алгеброй дуальных чисел. Отображение val порождает отображение в тропическое проективное пространство $\mathrm{T}P^{2m}(\mathbb{R})$ [2] и позволяет при помощи $M(l)$ строить тропические образы неголономных объектов из $TP^m(K)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Abreu, Kahler geometry of toric varieties and extremal metrics, Internat. J. Math. 9(1998), 641-651
2. Grigory Mikhalkin , Tropical geometry and its applications, arXivmath 0601041

Формальная теория систем внешних дифференциальных уравнений

Горбатенко Е.М.
Томский государственный университет

Через K обозначим поле дробно степенных рядов от переменных $t_1,\dots,t_n$ с коэффициентами в поле k. Пусть $c: K\otimes_k K\to K$ – гомоморфизм умножения, $I=Ker(c)$. Для заданного линейного пространства M обозначим через $J_\infty(M)$ пополнение пространства $K\otimes_k M$ в I – адической топологии. Это пространство бесконечномерно и наделено интегрируемой связностью ∇_∞. Для пары линейных пространств M,N полагаем $D_\infty(M,N)$ пространство всех непрерывных отображений из

$J_\infty(M)$ в $J_\infty(N)$. Полагаем $F(M,N)$ пространство всех таких отображений из $D_\infty(M,N)$ образы которых конечномерны. Полагаем $PD_\infty(M,N)=D_\infty(M,N)/F(M,N)$ и всякий его элемент будем называть формальным псевдодифференциальным оператором. При $M=N=K$, $n=1$ получаем аналог алгебры Калкина из [1].

Всякий $J_\infty(K)-\Omega^\bullet_{K/k}$ бимодуль S из $J_\infty\left(\Omega^\bullet_{K/k}\right)$ будем называть формальной внешней дифференциальной системой. Подстановка $t_i=\lambda_i t$, $i=1,\ldots,n$, $(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)\in\left(k\setminus\{0\}\right)^n$ и последующая тропикализация [2] определяют комбинаторное расслоение на торе – инвариант системы S.

ЛИТЕРАТУРА

1. Masood Aryapoor, On the field of rational pseudo-differential operators, arXivmath 0701073
2. Grigory Mikhalkin , Tropical geometry and its applications, arXivmath 0601041

Инвариантные связности и связности на алгебре Грассмана

Горбатенко Е.М., Матвеенко Г.М.
Томский государственный университет,
Томский политехнический университет

Рассмотрим тензорный квадрат алгебры Ли L. Согласно [1] на $L\otimes L$ определена структура алгебры Лейбница правилом

$$\left[a\otimes b,x\otimes y\right]=x\otimes\left[y,\left[a,b\right]\right]+\left[x,\left[a,b\right]\right]\otimes y\,,\ a,b,x,y\in L\,.$$

В случае $\dim L=2$ можно определить и структуру алгебры Ли, согласованную со структурой алгебры Лейбница. Эта структура нетривиальна, если L неабелева.

Структура алгебры Лейбница задает инвариантную связность на группе Ли, отвечающей алгебре Ли $L\otimes L$.

Исследуется, см. [3], перенос связности [2] с алгебры Грассмана $\Lambda\left(L^*\right)$ на группу Ли $G(L)$.

В частности, всякая структура алгебры на линейном пространстве L переносится на группу Ли $G(L)$. Используется классификация двумерных вещественных алгебр В.М. Малышева.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.Kurdiani and T.Pirashvili, A Leibniz Algebra structure on the Second Tensor Power, J. Lie Theory, 12(2002), 583-596

2. H.Grosse and G.Reiter, Graded Differential Geometry of Graded Matrix Algebras, ArXiv:math-ph/9905018

3. Горбатенко Е.М., Матвеенко Г.М., Матричная дифференциальная геометрия на внешней алгебре, Труды 4 Межд. конф. студ. и мол. ученых «Перспективы Развития Фундаментальных Наук», Россия, Томск, май 2007, ТПУ, 2007, 258-260

Топологии диагональной непрерывности

Гриншпон Я.С.

Томский университет систем управления и радиоэлектроники

Пусть X – топологическое пространство. Аналогично топологиям раздельной непрерывности $X \otimes X$ и $X \tilde{\otimes} X$ из [1] и [2], определим топологии диагональной непрерывности $X \odot X$ и $X \tilde{\odot} X$. Множество G открыто в $X \odot X$ если, для любого $a \in X$ множества $G_a^{\updownarrow} = \{x : (a, x) \in G\}$, $G_a^{\leftrightarrow} = \{x : (x, a) \in G\}$ и $G^{\swarrow\!\!\nearrow} = \{x : (x, x) \in G\}$ открыты в X. Рассмотрим семейство всех вполне регулярных топологий на $X \times X$, которые слабее топологии пространства $X \odot X$. Тогда $X \tilde{\odot} X$ – это пространство $X \times X$, наделенное слабейшей топологией, которая сильнее всех топологий из данного семейства.

В работе показано, что если пространство $X \times X$ со стандартной топологией произведения является наследственно нормальным, то:

1) пространства $X \odot X$ и $X \tilde{\odot} X$ компактны (счетно компактны, секвенциально компактны, псевдокомпактны) тогда и только тогда, когда X конечно;

2) пространство $X \odot X$ финально компактно, а пространство $X \tilde{\odot} X$ линделефово тогда и только тогда, когда X счетно;

3) пространство $X \tilde{\odot} X$ полно по Чеху тогда и только тогда, когда X дискретно.

Кроме того:

4) если X – полное по Чеху неразреженное пространство, то $X \odot X$ нерегулярно;

5) если X – полное по Чеху паракомпактное пространство, и пространство $X \times X$ является совершенно нормальным, то $X \tilde{\odot} X$ нормально тогда и только, когда X – разрежено;

6) пространства $\omega_1 \odot \omega_1$ и $\omega_1 \tilde{\odot} \omega_1$ ненормальны;

7) если λ – ординал, то пространства $\lambda \odot \lambda$ и $\lambda \tilde{\odot} \lambda$ наследственно нормальны тогда и только тогда, когда λ счетен.

ЛИТЕРАТУРА

1. Knight C.J., Moran W., Pym J.S. The topologies of separate continuity. I// Proc. of Cambridge Phil. Soc. – 1970. – № 68. – P. 663-671.
2. Knight C.J., Moran W., Pym J.S. The topologies of separate continuity. II// Proc. of Cambridge Phil. Soc. – 1972. – № 71. – P. 307-319.

Существование локально равномерно выпуклых норм для пространств $C(X)$, где X – компакт Федорчука

Гулько С.П., Кобылина М.С.
Томский государственный университет

В 60-х годах В.В.Федорчук предложил новый способ построения компактных хаусдорфовых пространств с помощью так называемых вполне замкнутых отображений, в частности, посредством непрерывных обратных спектров с вполне замкнутыми проекциями. Обзор теории этих компактов см. в [2]. Нашим основным результатом является следующая теорема.

Теорема. Пусть компактное хаусдорфово пространство X является пределом счетного непрерывного обратного спектра, начинающегося с точки, все «короткие» проекции которого являются вполне замкнутыми отображениями, имеющими метризуемые слои. Тогда банахово пространство $C(X)$ имеет эквивалентную локально равномерно выпуклую норму, которая является полунепрерывной снизу относительно топологии поточечной сходимости.

Данная теорема обобщает результат первого автора [1], потому что наличие указанной нормы на пространстве $C(X)$ влечет свойство Намиоки для компакта X.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гулько С.П. Компакты Федорчука и свойство Намиоки // Вестник МГУ, серия «математика». – 1994. – № 6.
2. Федорчук В.В. Вполне замкнутые отображения и их приложения // Фунд. и прикл. математика – 2003 - Т.9 – № 4. – С. 105-235.

Классификация пространств непрерывных функций и свободных топологических групп на ординалах

Гулько С.П., Хмылева Т.Е.
Томский государственный университет

На произвольном отрезке ординалов [1, α] рассмотрим порядковую топологию. В докладе будет дан обзор известных к настоящему времени результатов по классификации:

1) банаховых пространств $C[1, \alpha]$;
2) пространств $C_p[1, \alpha]$ (топология поточечной сходимости);
3) пространств $C_p([1, \alpha],\{0,1\})$ двузначных непрерывных функций;
4) пространств $L_p[1, \alpha]$ (сопряженных к пространствам $C_p[1,\alpha]$);
5) пространств $L_p([1, \alpha],\{0,1\})$ (сопряженных к пространствам $C_p([1, \alpha],\{0,1\})$);
6) свободных топологических групп $F[1, \alpha]$;
7) свободных абелевых топологических групп $A[1, \alpha]$;
8) свободных булевых топологических групп $B[1, \alpha]$;
9) пространств $B^1\ [1, \alpha]$ функций 1-го класса Бэра в топологии поточечной сходимости;
10) пространств $B^1\ [1, \alpha]$ функций 1-го класса Бэра в топологии нормы;
11) пространств $B^1([1, \alpha], \{0,1\})$ двузначных функций 1-го класса Бэра.

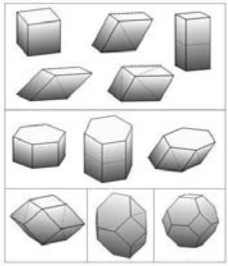
Для пространств функций будут рассмотрены три вида стандартных структур: топологического векторного пространства, равномерного пространства, просто топологического пространства. Для каждой из них имеется соответствующая классификация. В большинстве случаев она уже дана к настоящему времени, хотя имеются нерешенные проблемы – их мы также обсудим в докладе. Кроме того, будет сформулирован ряд новых результатов.

Правильногранники Федорова

Елгина К.Н.
Дивногорский гидроэнергетический техникум

В работе [1] анонсировано описание выпуклых многогранников с правильными гранями, начатое в 40-е годы прошлого века [2]. Правильногранником в ней назван многогранник, каждая грань которого либо составлена из двух выпуклых правильных многоугольников, либо является выпуклым правильным многоугольником, а сумма плоских углов в каждой его вершине меньше 2π. Если допускать "условные" вершины, в которых указанная сумма равна 2π, то получим многогранник, который А.В. Тимофеенко предложил назвать 0-правильногранником. На рисунке изображены все 0-правильногранники Федорова.

Теорема. Существует только одиннадцать 0-правильногранников Федорова, из них девять – правильногранники.


Правильногранники Федорова

Для представителей каждого класса многогранников Федорова определены неокругленные координаты вершин, построена компьютерная модель, указана группа его симметрий, выделена тройка векторов, параллельный перенос на линейную комбинацию которых пространство заполняется рассматриваемой фигурой.

В особый класс выделены многогранники, в которых сечение плоскостью, проходящей через центр многогранника, не содержащей его ребра и перпендикулярной шести из них, является правильным шестиугольником. Их особенности и связь с равногранным ромбододекаэдром указаны в работе [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимофеенко А.В., Гурин А.М. К теории выпуклых правильногранных тел // Доклады академии наук,. – 2008. – № 3. – С. 320 – 323.

2. Залгаллер, В.А. Выпуклые многогранники с правильными гранями//Зап. научн. Семинаров ЛОМИ. Т.2. – М.-Л., Наука, 1967. – 220с.

3. Елгина, К.Н. О многогранниках Федорова/ К.Н.Елгина// Математические системы. – 2007. Вып. 6. – С. 44 – 60.

Повторная гамма-компатификация измеримых пространств

Жданок А.И.
Тывинский государственный университет

В работе автора [1] строится и изучается гамма (γ)-компактификация $\gamma X = \gamma_{\Sigma} X$ измеримого пространства (X, Σ). Для топологического X полагаем, $\Sigma = \mathrm{B}$ – борелевская σ-алгебра. Если X компактно (бесконечно), то $\gamma_{\mathrm{B}} X$, как множество, строго больше, чем X. Появляется естественная возможность построить повторную γ-компактификацию $\gamma^2 X = \gamma(\gamma(X))$.

Пусть X и Σ являются бесконечными. Несложно показать, что на $(\gamma X, \mathrm{B}_\gamma)$ существуют измеримые функции, не являющиеся непрерывными в топологии τ_γ. Следовательно, $\gamma^2 X$ нетривиальна и, как множество, строго больше, чем γX. Таким образом, к $\gamma^2 X$ применимы все утверждения работы [1]. В частности, верна

Теорема 1. Для произвольного (X, Σ) существует изометрический изоморфизм $r : B(\gamma X, \mathrm{B}_\gamma) \mapsto C(\gamma^2 X)$.

Укажем на отличие $\gamma^2 X$ от γX. Пусть (X, τ) топологическое, но не компактно. Тогда γX строго больше, чем объединение γ-расширений $\gamma(x_0)$ всех точек $x_0 \in X$ (см. [1]). Для $\gamma^2 X$ этот случай уже невозможен.

Теорема 2. Для произвольного (X, Σ) верно $\gamma^2 X = \bigcup_{x_0 \in \gamma X} \gamma(x_0)$.

Таким же образом можно построить $\gamma^3 X$ и т.д.

Построение $\gamma^2 X$ анонсировано в работе автора [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Жданок А.И. //СМЖ, 2003.Т.44, N3. С. 587–605.
2. Жданок А.И. //Научные труды ТывГУ, B.V, T.II. Кызыл, изд-во ТывГУ, 2008. (в печати)

Построение пространств функций, мер и гамма-компактификации для отрезка $[0,1]$ с одной нехаусдорфовой топологией

Жданок А.И., Вологина А.А.
Тывинский государственный университет

Рассматривается отрезок $X = [0,1]$ с одной нехаусдорфовой топологией $\phi = \{\varnothing, X, \{[0, \varepsilon), \varepsilon \in (0,1]\}\}$, более слабой, чем обычная евклидовая топология τ в X. Порождаемые топологиями ϕ и τ борелевские σ-алгебры B совпадают.

Теорема 1. Пространство $C(X, \phi)$ всех непрерывных ограниченных функций на (X, ϕ) состоит из констант, т.е. является одномерным.

Теорема 2. Все регулярные ограниченные конечно аддитивные меры $rba(X_\phi, \mathrm{B})$ являются счетно аддитивными, и это пространство одномерно – натянуто на меру Дирака δ_1 в точке 1.

Конечной целью настоящего исследования является построение гамма-компактификации пространства (X,ϕ), т.е. $\gamma(X_\phi, \mathrm{B})$ [1].

Поскольку $\mathrm{B}_\phi = \mathrm{B}_\tau$, то, согласно [1], $\gamma(X_\phi, \mathrm{B}) = \gamma(X_\tau, \mathrm{B})$. Однако, эти компактификации имеют существенно различные представления через гамма-расширения $\gamma(x_0)$ точек $x_0 \in X$, введенные также в работе [1].

Теорема 3. Пусть $x_1, x_2 \in X$, $x_1 < x_2$. Тогда в топологии ϕ выполняется $\gamma(x_1) \subset \gamma(x_2)$ и $\gamma(x_1) \neq \gamma(x_2)$.

Теорема 4. В (X,ϕ) имеет место представление $\gamma(X_\phi) = \gamma(1)$.

Часть представляемых результатов была предварительно анонсирована в ряде публикаций авторов, в частности в работе [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Жданок А.И. // СМЖ, 2003.Т.44, N3. С.587–605.
2. Жданок А.И., Вологина А.А. // Научные труды ТывГУ, В.III, Т.II. Кызыл, изд-во ТывГУ, 2005. С.57-60.

О псевдокэлеровой метрике на одной шестимерной группе Ли

Коровин Е.Н.
Кемеровский государственный университет

Рассматривается шестимерная группа Ли, алгебра Ли, которой имеет следующее коммутационное соотношение:

$$[e_1,e_2] = e_4,\ [e_1,e_3] = e_5,\ [e_2,e_3] = e_6.$$

В работе [1] показано, что на этой алгебре Ли существует 12-параметрическое семейство комплексных структур. В работе [2] показано, что эта алгебра Ли является симплектической, причем симплектическая форма имеет следующий вид:

$$\omega(\lambda) = \alpha_1 \wedge \alpha_6 + \lambda\, \alpha_2 \wedge \alpha_5 + (\lambda - 1)\, \alpha_3 \wedge \alpha_4.$$

В данной работе найдены комплексные структуры, ассоциированные с симплектической структурой ω, т.е. такие, что $\omega(JX,JY) = \omega(X,Y)$. Если $\lambda=1/2$, то существует 2-параметрическое семейство таких структур.

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/a \\ 0 & 0 & -1/b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Каждая такая комплексная структура определяет псевдориманову метрику по формуле $g(X,Y) = \omega(X,JY)$. Тогда

$$g = a(dx_1)^2 + b\, dx_2\, dx_4 + 1/b\, dx_3\, dx_5 + 1/a\, (dx_6)^2.$$

В работе исследованы свойства этой псевдоримановой метрики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Magnin L. Complex structures on indecomposable 6-dimensional nilpotent real Lie algebras. http://www.u-bourgogne.fr/monge/l.magnin..

2. Khakimdjanov Yu., Goze M., Medina A. Symplectic or Contact Structures on Lie Groups. http://www.arXiv:Math.DG/0205290 v1, 2002, 18 p.

О некоторых аналогах *t*-эквивалентности

Лазарев В.Р.

Томский государственный университет

В дополнение к широко изучаемым классам линейных и равномерных гомеоморфизмов пространств $C_p(X)$ непрерывных функций на тихоновских пространствах X со значениями во множестве $\mathbf{R}$ вещественных чисел, мы предлагаем способ выделения других классов таких гомеоморфизмов.

Определение 1. Скажем, что гомеоморфизм $h{:}C_p(X) \to C_p(Y)$, $h(O_X) = O_Y$, имеет тип $(E;\ F)$, где $E \subset C_p^0 C_p(X)$, $F \subset C_p^0 C_p(Y)$, если $h^*(Y) \subset E$, $(h^*)^{-1}(X) \subset F$, где $h^* : C_p^0 C_p(Y) \to C_p^0 C_p(X)$ – двойственное к h отображение, и $C_p^0 C_p(X) = \left\{ f \in C_p\left(C_p(X)\right);\, f\left(O_X\right) = 0 \right\}$.

Ниже мы указываем конкретные примеры множеств E, F, и устанавливаем некоторые факты относительно гомеоморфизмов соответствующих типов.

Определение 2. Пусть ξ – линейный функционал на $C_p(X)$, $n \in \mathbf{N}$. Степенным функционалом (степени n) назовём функционал ξ^n, действующий по правилу $\xi^n(\varphi) = (\xi(\varphi))^n$. Если $\xi_1,\ldots,\xi_m$ – линейные функционалы с дизъюнктными носителями, то функционал вида $p = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \xi_i^j$, где все a_{ij} – из **R**, назовём многочленом. Множество всех многочленов будем обозначать через $M_p(X)$.

Очевидно, что при $n = 1$ мы получим обычные линейные функционалы, так что $L_p(X) \subset M_p(X)$.

Определение 3. Функционал вида $d = x_1^{n_1} \cdot \ldots \cdot x_k^{n_k}$, где $x_i \in X$, $n_i \in \mathbf{N}$ при всех i от 1 до k, $d(\varphi) = \prod_{i=1}^{k} \left(\varphi\left(x_i\right)\right)^{n_i}$, назовём мономом. Множество всех мономов обозначим через $D_p(X)$.

Теорема. (а) Гомеоморфизм типа ($D_p(X)$; $D_p(Y)$) сохраняет число Линделёфа и компактность пространства.

(б) Гомеоморфизм типа ($M_p(X)$; $M_p(Y)$) сохраняет размерность dim в классе пространств со счётной базой.

Тангенциально отделимые пфаффовы подмногообразия семейства прямых проективного пространства и инварианты ассоциированного пучка матриц

Лактионов С.А.
Сибирский государственный индустриальный университет

Пусть a - параметрическое семейство прямых $l_1\left(a\right)$ в проективном пространстве P_n задано в окрестности элемента основными соотношениями относительно главных форм ω_i^p:

$$\Lambda_p^{\alpha i}\omega_i^p = 0 \;\; i = 0,1;\; p = 2,3,\ldots,n;\; \alpha = 1,2,\ldots,2\left(n-1\right) - a\,.$$

При фиксации основных и вторичных параметров матрица коэффициентов основных соотношений $\Lambda_p^{\alpha i}$ становится объемной числовой матрицей. Ассоциированным пучком матриц для семейства прямых называется пучок матриц $\Lambda_p^{\alpha 0}a_0 + \Lambda_p^{\alpha 1}a_1$, где $\Lambda_p^{\alpha 0}$ и $\Lambda_p^{\alpha 1}$ числовые прямоугольные матрицы, а $\lambda = a_0 : a_1$ − проективный параметр пучка. Инвариантами таких пучков матриц, согласно [1], являются элементарные делители, а также минимальные индексы строк и столбцов. Наборы этих инвариантов позволяют записывать каноническую блочно-диагональную форму каждого пучка. Вид этой формы зависит от числа и значений минимальных индексов и кратностей элементарных делителей.

В работе [2] были определены тангенциально отделимые пфаффовы подмногообразия семейств плоскостей в проективном пространстве. Имеет место

Теорема. Каждому инварианту ассоциированного пучка матриц данного семейства прямых соответствует тангенциально отделимое пфаффово подмногообразие этого семейства прямых.

Из данной теоремы следует, что каждому семейству прямых в окрестности элемента соответствует инвариантный набор тангенциально отделимых пфаффовых подмногообразий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – 4-е изд. –М: Наука, 1988, -549 с.

2. Тангенциально отделимые пфаффовы подмногообразия семейств плоскостей в проективном пространстве. − Всесибирские чтения по математике и механике. Тезисы докладов международной научной конференции. Т.1. Математика. Томск, 1997, с97-98.

Некоторые открытые вопросы открытых линейных отображений

Лейдерман А.Г.
Университет им. Бен Гуриона, Беер Шева, Израиль

Топологические пространства X,Y предполагаются метризуемыми компактами. $C_p(X)$ - это линейное пространство непрерывных вещественных функций на X, снабжённое топологией поточечной сходимости на X. Нас интересует вопрос построения непрерывного открытого линейного сюръективного отображения $L: C_p(X) \to C_p(Y)$, при условии, что размерности $\dim X < \dim Y$.

Предположим, что X - свободная сумма $\oplus_{i=1}^k X_i$ и $Y \subset \prod_{i=1}^k X_i$. Определим непрерывное линейное отображение $L: C_p(X) \to C_p(Y)$ следующим образом: $L(f)(y) = f_1(x_1) + f_2(x_2) + ... + f_k(x_k)$, где $f = (f_1, f_2, ..., f_k) \in C(X)$ и $y = (x_1, x_2, ..., x_k) \in Y$. Назовём Y базисно вложенным подпространством произведения $\prod_{i=1}^k X_i$, если определённое выше каноническое отображение L сюръективно.

Теорема 1. Пусть Y базисно вложено в $X_1 \times X_2$. Тогда каноническое отображение $L: C_p(X_1 \oplus X_2) \to C_p(Y)$ открыто.

Теорема 2. Для любого натурального n существуют n-мерный компакт Y и 1-мерный компакт X, обладающие открытым линейным сюръективным отображением с $C_p(X)$ на $C_p(Y)$.

В докладе будет рассказана связь этой проблематики с теоремой Колмогорова о суперпозиции непрерывных функций.

Открытый Вопрос 1. Является ли каноническое непрерывное линейное сюръективное отображение L открытым для любого числа сомножителей? (Теорема 1 отвечает положительно для $k=2$).

Открытый Вопрос 2. Пусть Y - любой конечномерный компакт. Существует ли непрерывное открытое линейное сюръективное отображение $T: C_p[0,1] \to C_p(Y)$?

Здесь [0,1] обозначает замкнутый единичный отрезок. Вопрос 2 не решён даже для квадрата $Y = [0,1] \times [0,1]$.

Аналитический расчет точек пересечений коник

Ложкин А.Г., Гетманюк И.Б., Горбашева Е.А., Масленникова М.С.
Ижевский государственный технический университет

В результате исследований [1] предложен метод собственного неортогонального постоянного (СНОП) базиса квадратичной формы, позволяющий получать значения параметров для любого, в том числе вырожденного преобразования на евклидовой плоскости над действительным полем.

С использованием СНОП базиса квадратичной формы появилась возможность аналитического нахождения точек пересечения различных кривых второго порядка. Пусть имеется два эллипса $E_i \equiv < a_i, b_i, x_i, y_i, \alpha_i >$, где $i = 1,2$. Задача расчета точек пересечения через квадратное уравнение заключается в том, чтобы свести аффинными преобразованиями эллипсы к случаю: эллипс $x^2/a_3^2 + y^2/b_3^2 = 1$ и окружность $(x-\Delta_x)^2 + y^2 = R^2$ ($x^2 + (y-\Delta_y)^2 = R^2$).

Предлагается цепочка преобразования, состоящая из 16 шагов и 2 расчетов: 1. Параллельный перенос на (x_1, y_1); 2. Поворот на $-\alpha_1$; 3. Сжатие вдоль оси $X(Y)$ [2]; 4. Расчет угла, при котором эллипс и окружность будут находиться в одной неоднородной локальной окрестности после сдвига; 5. Поворот на угол $\varphi = \alpha_2' - \alpha_1'$; 6. Сдвиг по значению из п.3; 7. Поворот на угол; 8. Сжатие эллипсов; 9. Нахождение точек из квадратного уравнения. 10. Последовательность обратных преобразований. Второй соавтор проводил исследования параболы, как вырожденной коники. Третий и четвертый соавторы занимались выводами некоторых формул п.3.

Хотелось бы констатировать факт, что в результате многолетней работы не получено простых решений. Алгоритм расчета аналитических значений точек более сложен, чем метод Ньютона–Эйлера получения корней уравнения четвертой степени с использованием кубической резольвенты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ложкин А.Г., Гетманюк И.Б. Собственный неортогональный постоянный базис квадратичной формы – Вестник ИжГТУ №3(39), Изд-во ИжГТУ, Ижевск, 2008.

2. Lozhkin A.G., Kantorovich S.A. Aboute the graphic primitive presentation. 5th International Conference of Computer Graphics and Visualisation in Russia, Vol. 2, 1995

Равномерно заряженные многоугольники

Нечаев М. А.

Сибирский государственный технологический университет

Нормальная составляющая поля равномерно заряженного многоугольника

$$\mathbf{E}_n = k\sigma\Omega\,\mathbf{n},$$

где: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$; σ – поверхностная плотность заряда; Ω – телесный угол, под которым виден многоугольник из точки наблюдения поля; $\mathbf{n}$ – единичный вектор, направленный перпендикулярно плоскости многоугольника из соответствующей точки плоскости в точку наблюдения поля. Телесный угол, под которым виден m-угольник,

$$\Omega = \mathrm{A}_1 + \ldots + \mathrm{A}_m - (m-2)\,\pi,$$

где $\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_m$ – двугранные углы между соседними гранями m-гранного угла, ограничивающего телесный угол Ω.

Составляющие поля треугольника в начале координат (рис. 1)

$$E_x = -k\,\sigma\,[\,X(A_1,a,z) + X(A_2,a,z)],$$

$$E_y = -k\,\sigma\,[\,Y(A_2,a,z) - Y(A_1,a,z)],$$

где

$$X(A,a,z) = \cos A\ \mathrm{Arsh}\frac{a}{|z|\sin A} - \mathrm{Arsh}\frac{a\,\mathrm{ctg}\,A}{\sqrt{a^2+z^2}},$$

$$Y(A,a,z) = \mathrm{Arsh}\frac{a}{|z|} - \sin A\ \mathrm{Arsh}\frac{a}{|z|\sin A},$$

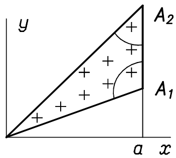


Рис. 1

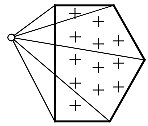


Рис. 2

Потенциал равномерно заряженного треугольника на выходящем из его вершины перпендикуляре к его же плоскости

$$\varphi = k\sigma a[F(A_1,a,h) + F(A_2,a,h)],$$

где

$$F(A,a,h) = \operatorname{Arsh}\frac{a\operatorname{ctg}A}{\sqrt{a^2+h^2}} - \frac{h}{a}\left(\arccos\frac{h\cos A}{\sqrt{a^2+h^2}} - A\right).$$

Равномерно заряженный произвольный m-угольник составим из m равномерно заряженных треугольников с общей вершиной (рис. 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нечаев М.А. // Физ. образ. в вузах. – 2003. – Т. 9. – № 4. – С. 73–79.

Дископодобная плитка и её выпуклая оболочка

Новосельцев И.В.
Томский государственный университет

Плиткой T в $\mathbb{R}^n$ называется аттрактор СИФ, которая представляет собой аффинные сжатия с линейной частью A^{-1} ($\det(A) > 1$) и трансляцией $D = \{d_1, d_2, ..., d_m\}$ (Чаще всего для удобства $d_i \in \mathbb{Z}^n$). Для того, чтобы плитка замощала $\mathbb{R}^n$ (т.е., если обозначить T_a трансляцию плитки на вектор a, то возможно представить $\mathbb{R}^n$ в виде объединения $\mathbb{R}^n = \bigcup_{a\in A} T_a$, где объединение берётся по всем таким a, чтобы $\dim(T_{a_i} \cap T_{a_j}) < \dim(T_a)$ (здесь имеется в виду размерность Хаусдорфа и мера соответственно)), необходимо, чтобы $|\det(A)| = m$ и $\mu_n(T) = 1$. При исследовании плиточных самоподобных множеств зачастую бывает удобно аппроксимировать его при помощи его выпуклой оболочки.

Дальнейшее исследование выпуклой оболочки плитки позволяет установить классы граничных точек и их соотношения. Представляется интересным исследование выпуклой оболочки для СИФ с различными линейными частями и установление аналогичных условий для данного случая.

Для исследования топологической структуры аттрактора СИФ удобно построить непрерывное отображение между этим аттрактором и подмножеством отрезка $[0,1]$, которое, очевидно, будет являться множеством канторового типа. Исследование общего случая удобно проводить при помощи числовых систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Strichartz, Y. Wang, Geometry of self-affine tiles I, preprint.
2. R. Kenyon, J. Li, S. Strichartz, Y. Wang, Geometry of self-affine tiles II, preprint.

О неголономных гиперплоскостях в 4-мерном евклидовом пространстве

Онищук Н.М.
Томский государственный университет

Трёхмерное распределение [1] в $\boldsymbol{E}_4$, то есть гладкое отображение, сопоставляющее всякой точке $M\in \boldsymbol{E}_4$ гиперплоскость π_3, проходящую через M, (обозн. (M,π_3)), однозначно определяет, с одной стороны, векторное поле ортогональных к π_3 единичных векторов $(M,\vec{e}\,)$, а с другой – уравнение Пфаффа, интегральные многообразия которого, проходящие через M, касаются плоскости π_3 в этой точке. Распределение (M,π_3) называется голономным, если соответствующее ему уравнение Пфаффа вполне интегрируемо и неголономным – в противном случае. Кривыми распределения называются интегральные кривые соответствующего уравнения Пфаффа. Эквидирекционной линией (поверхностью) [3] называется линия (поверхность), в точках которой векторы $\vec{e}$ поля нормалей распределения параллельны.

Определение. Неголономной гиперплоскостью в $\mathbf{E}_4$ называется неголономное трёхмерное распределение, все кривые которого являются асимптотическими [2].

Для неголономных гиперплоскостей доказаны следующие предложения.

1) Главные кривизны 1-го рода [2] неголономной гиперплоскости имеют нулевое значение, а, следовательно, для неё неопределенны линии кривизны 1-го рода.

2) Через каждую точку M проходит только одна линия кривизны 2-го рода [2], представляющая собой прямую линию.

3) Линии тока векторного поля нормалей неголономной гиперплоскости не могут быть прямыми линиями.

4) Через каждую точку $M \in \boldsymbol{E_4}$ проходит либо одна эквидирекционная линия векторного поля нормалей, либо 2-мерная эквидирекционная поверхность.

5) Если через каждую точку $M \in \boldsymbol{E_4}$ проходит только одна эквидирекционная линия поля нормалей, то множество плоскостей π_3 образует трёхпараметрическое семейство. При этом возможны 2 случая: а) плоскости π_3 огибают некоторую трёхмерную поверхность, б) плоскости π_3 проходят через одну точку M_0, то есть образуют связку.

6) С распределением (M, π_3) тесно связано голономное распределение (M, π_3^*), где π_3^* – гиперплоскость, проходящая через M и ортогональная линии кривизны 2-го рода. Таким образом, через M проходит трёхмерная поверхность S. Её соприкасающейся поверхностью является трёхмерный параболоид вращения, ось которого совпадает с линией кривизны 2-го рода распределения (M, π_3).

7) Существует единственная неголономная гиперплоскость, для которой через каждую точку M проходит эквидирекционная поверхность. Линиями тока векторного поля нормалей в этом случае являются винтовые линии, лежащие в трёхмерной плоскости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М:"Наука", 1979, 759с.

2. Онищук Н.М. Геометрия векторного поля в четырёхмерном евклидовом пространстве. // Международная конференция по математике и механике (Избранные доклады), Томск: Изд. Том. ун-та, 2003, с.60 – 68.

3. Слухаев В.В. Геометрия векторных полей. Томск: Изд. Том. ун-та, 1982, 96с.

Множественно-открытая топология

Осипов А.В.

Институт математики и механики от УрО РАН

Пусть заданы тихоновское пространство X, и некоторое непустое семейство его подмножеств λ и непустое семейство τ открытых множеств числовой прямой. Рассмотрим на пространстве всех непрерывных вещественнозначных функций $C(X)$ топологию, предбазу которой составляют все множества вида $<F,U>=\{f \in C(X) \mid f(F) \subseteq U\}$, где $F \in \lambda$, $U \in \tau\}$. Такую топологию будем называть λ-τ топологией или множественно-открытой, а образующееся пространство обозначать $C_\lambda(X)$. Важным случаем λ-τ топологий являются случаи, когда τ образует базу числовой прямой, а λ является семейством конечных, связных или компактных множеств. Наиболее известные топологии на пространстве функций $C(X,Y)$ – это топология поточечной сходимости и компактно-открытая, главное достоинство которых состоит в том, что они линейны. В данной работе все внимание уделено множественно-открытой топологии и ее обобщениям.

В рамках классической C_p-теории сформулированы основные классы задач, решение которых и составляет каркас этой теории. К таким задачам относятся, прежде всего, задача о поиске условий двойственности между топологическими свойствами пространства X и пространства $C_p(X)$. Так же заслуживает внимания задача о поиске общих топологических свойств между пространствами X и Y при условии, что $C_p(X)$ топологически, линейно или равномерно гомеоморфно $C_p(Y)$. Важнейшим понятием топологии и её приложений в функциональном анализе является понятие компактности и его обобщения. В этой связи появляется задача классификации компактных подмножеств функциональных пространств $C_p(X)$ (компакты Эберлейна, Корсона, Гулько). Эти задачи, с необходимыми изменениями и дополнениями, актуальны в исследовании пространства $C_\lambda(X)$.

В данной работе решается ряд задач связанных с локальными свойствами $C_\lambda(X)$. А именно, исследуется вопрос Фреше-Урысоновости, сепарабельности, 1-ой аксиомы счетности пространства $C_\lambda(X)$.

Метризуемые образы прямой Зоргенфрея

Патракеев М.А.
Институт математики и механики УрО РАН

Прямая Зоргенфрея S – это топологическое пространство, представляющее собой вещественную прямую с топологией, базу которой образует семейство всех полуинтервалов, открытых справа. Нас интересует следующий вопрос: что представляют собой метризуемые образы S при различных типах непрерывных отображений, таких как замкнутые, открытые, факторные, взаимно однозначные и другие.

В 1984 году Д.В. Моторов описал метризуемые образы прямой Зоргенфрея при всех непрерывных отображениях – это в точности A-множества [1]. В 1988 С.А. Светличный установил, что в случае непрерывных открытых отображений метризуемые образы S являются польскими (т.е. сепарабельными метризуемыми полной метрикой) пространствами [2]. Мы обращаем последний результат и тем самым совместно со Светличным получаем описание непрерывных открытых метризуемых образов S – это в точности все польские пространства.

Также мы получили описание метризуемых образов S при непрерывных замкнутых отображениях – это в точности все счетные разреженные метризуемые пространства; при непрерывных взаимно однозначных отображениях – это борелевские пространства, не содержащие счетных открытых множеств; при непрерывных факторных отображениях – это в точности A-множества.

ЛИТЕРАТУРА

1. Моторов Д.В. Метризуемые образы стрелки // Вестник Московского университета, серия 1 Математика. Механика, 1984, Т.2 С.35–37.

2. Светличный С.А. Проективная полнота и проективные классы пространств // Вестник Московского университета, серия 1 Математика. Механика, 1988, Т. 1, С.75–77.

Канонические модели сплайновых кривых

Прокопенко Е.В.
Кемеровский государственный университет

В работе рассматриваются кривые, заданные параметрическими уравнениями 3-й степени, названные кубически параметризованными кривыми. Такой вид имеют кубические сплайновые кривые, в частности, B-сплайновые кривые, кривые Безье, Бета-сплайновые кривые и кривые Catmull-Rom.

Рассматривается вопрос о возможности приведения параметрических уравнений кривой, к некоторому стандартному виду, используя классификацию кубических форм, разработанную Соколовым [1]. Показано, что для кубической параметрической пространственной кривой каноническая модель существует и является плоской кривой [2].

Кубические элементарные сплайновые кривые определяются через опорный массив точек $\{P_0,P_1,P_2,P_3\}$, с помощью векторного уравнения вида

$$R(t) = n_0P_0 + n_1P_1 + n_2P_2 + n_3P_3 \qquad (1)$$

где коэффициенты n_0, n_1, n_2, n_3 являются кубическими многочленами от t. Их вид зависит от типа кривой, например для кривых Безье – это многочлены Бернштейна. В тоже время в матричной форме уравнений этих кривых базисные матрицы отличаются лишь скалярным множителем. Поэтому предложенная выше схема может быть использована для любого из указанных типов сплайновых кривых.

В частности показано, что массив, который соответствует модели, является плоским и совпадает с массивом, найденным в общем случае. Этот массив зависит лишь от инвариантов формы, задающий параметрические уравнения сплайновой кривой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.П. Соколов. Пространственные матрицы и их приложения – М.: ГИФМЛ, 1960.
2. Электронный многопредметный научный журнал «Исследовано в России» (в печати).

Геодезические линии римановой связности на многообразии компактных подмногообразий евклидова пространства

Романова Е.М.
Казанский государственный технологический университет

Пусть $\boldsymbol{M}$ – множество компактных подмногообразий евклидова m-мерного векторного пространства $E = (E^m, <\ ,\ >)$. Множество $\boldsymbol{M}$ наделяется структурой гладкого многообразия Фреше [1]. Атлас многообразия состоит из карт вида $c_N = (U_N, \varphi_N, \Gamma^\infty(N^\perp))$, где модельным пространством служит пространство Фреше $\Gamma^\infty(N^\perp)$ всех гладких сечений нормального расслоения $N^\perp$ подмногообразия $N \in \boldsymbol{M}$. На многообразии $\boldsymbol{M}$ определяется метрический тензор в точке N в естественной карте c_N: $G_0(X,Y) = \int_N < X, Y > d\mu_N$, где $X, Y \in \Gamma^\infty(N^\perp)$, $d\mu_N$ - естественный элемент объема риманова многообразия N ([2], [3]). Тогда объект римановой связности в нуле в естественной карте c_N на многообразии $\boldsymbol{M}$ имеет вид

$$\Gamma_0(X,Y) = -\frac{1}{2\det g}\sum_{i=1}^{n}\det\begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1n} \\ H_{i1}^{\alpha} & \dots & H_{in}^{\alpha} \\ g_{n1} & \cdots & g_{nn} \end{pmatrix}(< X, h_\alpha > Y + < Y, h_\alpha > X - < X, Y > h_\alpha),$$

где g – метрический тензор риманова многообразия N, $\{h_\alpha\}_{\alpha=1,m-n}$ – поле базисных векторов нормального пространства $N^\perp$, $\{H_{ij}^{\alpha}\}_{i,j=1,n}$– координаты второй основной формы на многообразии N. Получены геодезические линии римановой связности – это семейство кривых

$$s(t) = \frac{h}{< h, h >}(\ln|t + c_1| + c_2),\ h = -\frac{1}{2\det g}\sum_{i=1}^{n}\det\begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1n} \\ H_{i1}^{\boldsymbol{\alpha}} & \dots & H_{in}^{\boldsymbol{\alpha}} \\ g_{n1} & \cdots & g_{nn} \end{pmatrix} h_{\boldsymbol{\alpha}},$$

$$c_1, c_2 \in R.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Hamilton R. S. The inverse function theorem of Nash and Moser// Bull. Amer. Math. Soc., 1982. - V.7. - №1. - p. 65-222.
2. Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии. - М.: Наука, 1981. - том 1. - 344 с.
3. Постников М. М. Гладкие многообразия. Семестр III. - М.: Наука, 1987. - 480 с.

Левоинвариантные контактные метрические структуры на разрешимых пятимерных группах Ли

Славолюбова Я.В.
Кемеровский государственный университет

В работе [1] дана классификация контактных структур на пятимерных разрешимых группах Ли.

Рассмотрим одну из групп Ли G классификационного списка, для которой алгебра Ли $L(G)$ задаётся в базисе $e_1,...,e_5$ скобками Ли: $[e_2,e_3]=e_1, [e_1,e_5]=e_1$, $[e_2,e_5]=e_2$, $[e_3,e_5]=e_4$, с контактной формой $\eta = e_1^* + se_3^* + \lambda e_4^* + \mu e_5^*$, где $\lambda \neq 0$, s, μ – любые. Она интересна тем, что её алгебра Ли $L(G)$ не содержит симплектических подалгебр коразмерности 1. Рассмотрим частный случай при $s=\mu=0$. Выберем левоинвариантную риманову метрику g_0, считая ортонормированным базис $E_1,\ldots,E_5$:

$$E_1 = -e_2,\ E_2 = e_3,\ E_3 = \lambda e_2 + e_5, E_4 = e_1 - \frac{e_4}{\lambda}\ , E_5 = \frac{e_4}{\lambda}.$$

Контактная метрическая структура на $L(G)$ тогда определяется 1- формой $\eta = E_5^*$. Поле Риба ξ есть E_5, аффинор φ_0 определяется формулами $\varphi_0(E_1) = -E_2$, $\varphi_0(E_2) = E_1$, $\varphi_0(E_3) = -E_4$, $\varphi_0(E_4) = E_3$, $\varphi_0(E_5) = 0$.

Теорема. Контактная метрическая структура ($\eta = E_5^*, \xi = E_5\, \varphi_0,\ g_0$) является K-контактной структурой, но не является структурой Сасаки при любом значении параметра $\lambda \neq 0$.

Аналогичные результаты получены и для остальных разрешимых групп Ли из классификационного списка [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Diatta A. Left invariant contact structures on Lie groups// arXiv: math. DG/0403555, v2, 24 Sep 2004.

Пространства функций первого класса Бэра, наделенных топологией поточечной сходимости, и их *l*-эквивалентность

Хмылёва Т.Е., Гензе Л.В.
Томский государственный университет

В данной работе рассматривается вопрос о линейной гомеоморфности пространств $B_p([1,\alpha],Y)$, где $[1,\alpha]$ – это отрезок ординалов с порядковой топологией, а пространство $B_p([1,\alpha],Y)$ состоит из всех функций, являющихся поточечными пределами последовательностей непрерывных функций $x:[1,\alpha]\to Y$, (Y – это либо вещественная прямая, либо дискретное двоеточие) в топологии поточечной сходимости.

Получены следующие результаты:

Теорема 1. Функция *x* принадлежит $B_p([1,\alpha],Y)$ тогда и только тогда, когда x является непрерывной во всех точках $\beta\in[1,\alpha]$, неконфинальных ω.

Замечание. Из этой теоремы следует, что пространство $B_p([1,\alpha],Y)$ является пространством всех непрерывных функций на отрезке $[1,\alpha]$ с топологией, в которой база окрестностей всех точек, неконфинальных ω, не изменяется, а все остальные точки объявляются изолированными.

Теорема 2. Если $\alpha,\beta\in[\omega_1,\omega_2)$, то пространства $B_p([1,\alpha],Y)$ и $B_p([1,\beta],Y)$ линейно гомеоморфны.

Теорема 3. Если $\alpha,\beta\in[\omega_n^2,\omega_{n+1})$ при $n\geq 2$, то пространства $B_p([1,\alpha],Y)$ и $B_p([1,\beta],Y)$ линейно гомеоморфны.

Разложение операторов марковского типа на счетно аддитивную и чисто конечно аддитивную компоненты

Хурума А.К.
Тывинский государственный университет

Пусть Z – множество всех целых чисел, $\Sigma=2^Z$ – сигма-алгебра, $ba(Z)$, $ca(Z)$, $pfa(Z)$ – пространства всех ограниченных мер на (Z,Σ), соответственно конечно аддитивных, счетно аддитивных и чисто конечно аддитивных. Рассматриваются линейные операторы A, заданные на $ba(Z)$ с помощью интегрального ядра $p(n,E)$, $n\in Z$, $E\in\Sigma$, удовлетворяющего условиям: $0\leq p(n,E)\leq 1$, $p(n,\bullet)\in ba(Z)$ при всех n, и существует $n_0\in Z$ такое, что $p(n_0,Z)>0$. Интегральный оператор A задается формулой: $A\mu(E)=\int_Z p(n,E)d\mu(n)$, $\mu\in ba(Z)$, $E\in\Sigma$. В частном случае, когда $p(n,Z)\equiv 1$ (см.[1]), такие операторы называются марковскими. Здесь мы отказываемся от указанного условия и называем A оператором марковского типа. Назовем оператор A счетно аддитивным, если $p(n,\bullet) \in ca(Z)$, и чисто конечно аддитивным, если $p(n,\bullet) \in pfa(Z)$ при $n \in Z$.

Теорема 1. Если оператор A счетно аддитивен, то $A[ca(Z)] \subset ca(Z)$. Если оператор A чисто конечно аддитивен, то $A[ba(Z)] \subset pfa(Z)$, в частности $A[ca(Z)] \subset pfa(Z)$.

Теорема 2. Любой оператор A допускает единственное представление $A = A_1 + A_2$, где A_1 – счетно аддитивен, A_2 – чисто конечно аддитивен. Если $A_1 \neq 0$ и $A_2 \neq 0$, то оператор A не имеет инвариантных счетно аддитивных мер, но имеет инвариантную чисто конечно аддитивную меру.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хурума А.К. //Научные труды ТывГУ, В.III. Т.II. Кызыл, изд-во ТывГУ, 2005. С.53-56.

Дифференциальная геометрия неевклидовых 3-пространств с распадающимся абсолютом

Цыренова В.Б.
Бурятский государственный университет

Ранее автором в ряде работ рассматривалась линейчатая геометрия квазиаффинного пространства A_3^1, а также была рассмотрена поверхность в A_3^1. Далее нами рассмотрены шесть неевклидовых 3-пространств с распадающимся абсолютом, из которых четыре последних являются полностью метризованными: 1) пространство с распадающимся абсолютом, состоящим из пары мнимых плоскостей; 2) пространство с распадающимся абсолютом, состоящим из пары вещественных плоскостей; 3) квазиэллиптическое пространство ${}^{00}S_3^1$; 4) квазигиперболическое пространство ${}^{01}S_3^1$; 5) квазигиперболическое пространство ${}^{10}S_3^1$ и 6) квазигиперболическое пространство ${}^{11}S_3^1$.

Дифференциальная геометрия первых двух пространств изучалась А. Э-А. Хатиповым в середине прошлого столетия. Им были рассмотрены поверхности в этих пространствах тензорным методом. Квазигиперболические пространства изучались многими учениками Б.А. Розенфельда и Р.Н. Щербакова в 60-80-е годы прошлого столетия. Автором была наиболее полно изучена дифференциальная геометрия квазиэллиптического пространства. Построена теория поверхностей, регулюсов, конгруэнций и комплексов методом внешних форм. Далее, во всех перечисленных пространствах нами изучены линейчатые поверхности, построены и геометрически характеризованы их канонические реперы, получены геометрические характеристики инвариантов и простейшие классы.

В докладе предполагается сделать обзор результатов по дифференциальной геометрии всех перечисленных пространств, а также рассмотреть конгруэнции в пространстве с распадающимся мнимым абсолютом.

СЕКЦИЯ “ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА”

Оптимальное резервирование по критерию максимального времени безотказной работы системы

Грязнова Л.И., Пестов Г.Г.
Томский государственный университет

Исследуется модель, состоящая из r однотипных элементов. Каждый исправный элемент может находиться в одном из двух состояний:
1). Элемент находится в резерве.
2). Элемент включен в работу.

В дискретные моменты $t_0, t_1 = t_0 + \Delta t, \ldots$ времени проводится проверка исправности всех работающих элементов. Отказ системы наступает, если происходит отказ всех включённых в работу элементов. Вероятность отказа между моментами проверки элемента, включенного в работу, равна q.

Обозначим через $T(r)$ среднее время безотказной работы при оптимальной стратегии по критерию времени безотказной работы, если в начальный момент имеется r исправных элементов.

Обозначим через $T(r,k)$ среднее время безотказной работы при следующей стратегии: имеется r исправных элементов, в начальный момент включается k элементов, в последующие моменты переходим на стратегию, оптимальную по критерию среднего времени безотказной работы.

Можно показать, что

$$T(r) \geq \frac{p^k}{1\text{-}p^k} + \frac{1}{1\text{-}p^k} \sum_{i=1}^{k-1} C_k^i p^{k-i} q^i (T(r-i)+1)\,,\ 1 \leq k \leq r\,.$$

Равенство здесь достигается, если $k = k_0(r)$, где $k_0(r)$ - оптимальное количество включенных элементов.

Программа отыскания оптимальной стратегии по критерию среднего времени безотказной работы составлена в системе программирования Mathematica, версия 5.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пестов Г.Г., Ушакова Л.В. Оптимальные стратегии в задаче динамического резервирования». – Известия АН СССР. Техническая Кибернетика, 1971, № 5

2. Герцбах И.Б. Об оптимальном управлении включением резервных элементов. – Известия АН СССР. Техническая кибернетика, 1966, № 5.

Стационарное распределение вероятностей в задаче гибели и размножения циклического типа

Дубровин Н.И., Щукина Ю.В.
Владимирский государственный университет

Мы интересуемся стационарным распределением вероятностей в системах массового обслуживания циклического типа. В СМО имеются n состояний $s_1, s_2, ..., s_n$. Возможны переходы из состояния в состояние по модулю n. Интенсивность перехода из состояния s_i в s_{i+1} обозначим λ_i, а интенсивность перехода из состояния s_i в s_{i-1} обозначим μ_i. Еще раз укажем на то, что все индексированные величины задаются по модулю n, в частности, $s_{i\pm n} \equiv s_i, \lambda_{i\pm n} = \lambda_i$ и т.д.

С точки зрения общей теории, ответ получается как решение известной системы линейных уравнений. Наша задача – получить замкнутые окончательные формулы для этих стационарных вероятностей. Ответ распадается на 2 случая, в зависимости от того, равны или не равны произведения $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot ... \cdot \lambda_n$ и $\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot ... \cdot \mu_n$.

Случай1: Данные произведения равны, тогда ответ в точности такой же как и в классическом случае СМО размножения и гибели:

$$p_{1+j} = (1 + \frac{\lambda_{1+j}}{\mu_{2+j}} + \frac{\lambda_{1+j}\lambda_{2+j}}{\mu_{2+j}\mu_{3+j}} + ... + \frac{\lambda_{1+j}...\lambda_{n-1+j}}{\mu_{2+j}...\mu_{n+j}})^{-1},\ 0 \le j \le n-1.$$

Случай 2: Эти произведения не равны, тогда для $1 \le k \le n$

$$p_k = \frac{\frac{1}{\lambda_k}(1 + \rho_{1+k} + \rho_{1+k}\rho_{2+k} + \rho_{1+k}\rho_{2+k}\rho_{3+k} + ... + \rho_{1+k}...\rho_{n-1+k})}{\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\lambda_j}(1 + \rho_{1+j} + \rho_{1+j}\rho_{2+j} + \rho_{1+j}\rho_{2+j}\rho_{3+j} + ... + \rho_{1+j}...\rho_{n-1+j})}$$

Применение дифференциального исчисления Маллявина для расчета опционов американского типа

Емельянова Т.В., Камалов А.И.
Томский государственный университет

Рассматривается (B,S) - рынок , состоящий из двух активов - банковского счета $B=(B_t)_{t\ge 0}$, определяемого уравнением $B_t = B_0 e^{rt}$. И рисковой акции $S=(S_t)_{t\ge 0}$, эволюция которой подчиняется стохастическому дифференциальному уравнению:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t ,$$

где W_t – стандартный винеровский случайный процесс, σ – волатильность цены базисного актива, μ – постоянный коэффициент роста цены базисного актива, r – безрисковая процентная ставка. Доказывается, что справедливая стоимость опционов американского типа имеет вид: $C_T^*(\mu,f) = \sup\limits_{\tau\in m_0^T} Ee^{-r\tau} f_\tau$, f_τ – платежная функция, m_0^T – класс конечных марковских моментов со значениями из $[0,T]$.

Теорема. Если

1. Семейство дисконтируемых платежных функций $\{e^{-r\tau} f_\tau : \tau\in m_0^T\}$ равномерно интегрируемо по мере $P^{\mu-r}$.

2. Процесс $f_t = (f_t(\omega))_{0\le t\le T}$ имеет только положительные скачки. Тогда момент $\tau^* = \inf\{0\le t\le T : X_t^*(\mu) \ge f_t(\omega)\}$ является рациональным моментом исполнения опциона, т.е. $C_T^*(\mu,f) = Ee^{-r\tau^*} f_{\tau^*}$. Далее вычисляются “греки” – основные факторы, влияющие на цену опциона. Для вычисления используется дифференциальное исчисление Маллявина.

Математические методы в страховании. Модели коллективного риска

Колесникова М.С.
Томский государственный университет

На основе классического процесса риска (модель Крамера – Лундберга**)**, который описывает эволюцию капитала страховой компании:

$$U(t) = u + ct - \sum_{j=1}^{N(t)} Y_j ,$$

а также модели Крамера - Лундберга со стохастическими премиями:

$$U(t)=u+\sum_{j=1}^{N_+(t)} Z_j-\sum_{j=1}^{N_-(t)} Y_j\ ,\ t\ge 0\ ,$$

в целях оптимизации параметров деятельности страховых компаний, изучаются следующие модели функционирования этих компаний на финансовых рынках:

Классическая модель с инвестированием капитала в банковский счет**:**

$$U(t)=\begin{cases} U(T_k)e^{\delta(t-T_k)}+\dfrac{c}{\delta}\left(e^{\delta(t-T_k)}-1\right), & при\ t\ne T_1,T_2,\ldots,T_{k,\ldots} \\ U(T_k)e^{\delta(t-T_k)}+\dfrac{c}{\delta}\left(e^{\delta(t-T_k)}-1\right)-Y_{k+1}, & при\ t=T_{k+1}. \end{cases}$$

Модель со стохастическими премиями и инвестированием капитала в банковский счет**:**

$$U(t)=e^{\delta t}\left\{u+\sum_{j=1}^{N_+(t)} Z_j e^{-\delta\sigma_i}+\sum_{j=1}^{N_-(t)} Y_j e^{-\delta\tau_i}\right\},$$

где σ_j - моменты скачков $N_+(t)$, τ_j - моменты скачков $N_-(t)$.

Модель со стохастическими премиями и инвестированием капитала в акции, эволюционирующие согласно модели Блэка-Шоулса:

$$U(t)=u+\mu\int_0^t U(s)\,ds+\sigma\int_0^t U(s)d\omega(s)+\sum_{j=1}^{N_+(t)} Z_j-\sum_{j=1}^{N_-(t)} Y_j\ .$$

Статистическая значимость асимметрии волатильности

Крицкий О.Л.
Томский политехнический университет

В эконометрике широко известен тот факт, что волатильность, или стандартное отклонение в единицу времени, логарифмических приращений цен некоторого рискового актива обладает асимметрией: при неожиданном падении цены волатильность возрастает сильнее, чем при случайном росте такой же магнитуды. Изучению и построению моделей, позволяющих использовать данное эмпирическое свойство волатильности, обусловленное поведением инвесторов, посвящена обширная литература. Выделим особо работы [1-2] как наиболее ранние публикации на эту тему. Однако статистическое оценивание значимости ненулевых условных коэффициентов асимметрии волатильности $\kappa=\mu_{3,t}\sigma_t^{-3}$, где $\mu_{3,t}$ – третий центральный момент, σ_t – стандартное отклонение, t – время, до сих пор не исследована.

В настоящей работе проводится проверка статистической гипотезы $H_0 : \mu_{3,t} = 0$, $H_1 : \mu_{3,t} \neq 0$ о равенстве асимметрии нулю в каждый фиксированный момент *t*. Для этого на основе ЦПТ Линденберга – Леви строятся доверительные интервалы для $\mu_{3,t}$:

$$\overline{\mu}_{3,t} - t_{\alpha/2}\sqrt{D\overline{\mu}_3} \le \mu_{3,t} \le \overline{\mu}_{3,t} + t_{\alpha/2}\sqrt{D\overline{\mu}_3}\ ,$$

где $\overline{\mu}_{3,t}$ – выборочная оценка момента, $t_{\alpha/2}$ – квантиль нормального стандартного распределения уровня (1-α/2), $\sqrt{D\overline{\mu}_3}$ – дисперсия оценки (см., например, [3]), и проверяется условие принадлежности точек $\mu_{3,t}$=0 этим множествам. Предложенный метод использован для нахождения значимых асимметрий волатильностей приращений котировок индексных опционов ведущих мировых и развивающихся стран, а так же для построения многомерного алгоритма EGARCH.

ЛИТЕРАТУРА

1. Engle R.F., Ng V., 1993, Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, Journal of Finance, **48,** 1749-1778.

2. Kroner K.F., Ng V.K., 1998, Modeling Asymmetric Comovements of Asset Returns, The Review of Financial Studies, **11**, 4, 817-844.

3. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1976. – 648 с.

К задаче о вероятности поглощения

Лев Г.Ш., Фролов А.В.

Алтайский государственный технический университет

им. И. И. Ползунова

Пусть на вероятностном пространстве (E, F, P) заданы две последовательности независимых и одинаково распределенных случайных величин $\{\tau_i\}_{i=1}^{\infty}$ и $\{\gamma_i\}_{i=1}^{\infty}$, причем $P(\tau_i > 0) = 1$, $M\gamma_i = a > 0$. С этими последовательностями свяжем процесс $Y(t), t \ge 0$, определяемый следующим образом:

1. $Y(0) = x > 0$, траектории $Y(t)$ непрерывны справа;

2. обозначим $t_0 = 0$, $t_n = \sum_{i=1}^{n} \tau_i$, $n = 1,2,...$, тогда при $t_{n-1} < t < t_n$: $Y(t) = (Y(t_n) - (t - t_{n-1}))_+$, где $a_+ = \max\{a, 0\}$ - положительная часть числа a, $Y_n = Y(t_n) = \left(Y(t_n - 0) + \gamma_n \varphi(Y(t_n - 0))\right)_+$.

Здесь $\varphi(x)$, $x \geq 0$ - выпуклая, возрастающая функция, причем $\varphi(0)=0$, и $\lim_{x\to\infty}\varphi(x)=\infty$, $\lim_{x\to\infty}\varphi(x)/x=0$. Обозначим $f_n(x,\gamma_n)=f_n(x)=(x+\gamma_n\varphi(x))_+$, $x \geq 0$, $f^{(n)}(x)=f^{(n)}(x,\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_n)$ - суперпозиция функций $f_1, f_2, \ldots, f_n$.

Теорема. Пусть $g(x)=P((Y_n>0, n\geq 0)/Y(0)=x)$ - вероятность непоглощения процесса $Y(t)$. $\lim_{x\to\infty} g(x)=1$ тогда и только тогда, когда ряд

$$\sum_{i=1}^{n} P\left(\tau_n > f^{(n)}(x,1,1,\ldots,1)\right) < \infty .$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Лев Г.Ш. Полумарковские процессы умножения со сносом / Теор. вероятн. и её примен. – 1972. – Т.17. - №1. – С.160-166

О применении методов теории вероятностей к исследованию некоторых процессов гидротехнологии

Нежинская Ю.А., Сорокин А.С.
Кузбасский технический университет (филиал в г. Новокузнецке)

Функционирование различных систем, рассматриваемых в теории надежности, может быть описано соответствующим образом, построенным полумарковским процессом с конечным числом состояний [1-4]. Эти системы уравнений представляют основную математическую модель [5-7]. На основе полумарковских процессов могут быть получены различные характеристики надежности.

Предложенная методика позволяет выбирать оптимальную технологическую схему насосной или углесосной станции по условию надежности.

Полученные математические модели надежности могут быть применены для анализа технологических схем, где необходимо учесть влияние надежности на экономичность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Броди С.М., Власенко О.Н., Марченко Б.Г. Расчет и планирование испытаний систем на надежность. Изд. Наукова Думка. Киев, 1970.

2. Байхельт Ф.,Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. Пер. с нем. – М.: Радио и связь, 1988, 392с.

3. Levy P. Systemes semi-markoviens `a an plus une infinite denombrable d’etats possibles. //Proceedings of the international congress of mathematicians. 1954. Vol. 2. p. 133.

4. Королюк В.С. Время пребывания полумарковского процесса в фиксированном множестве состояний.// УМЖ, т. 7, вып. 3, 1965.

5. Сорокин А.С. Применение полумарковских процессов к определению характеристик надежности технологических схем // Вестник КузГТУ. 2005. № 1. с. 3 -9.

6. Сорокин А. С. Аналитическое представление решения системы уравнений Колмогорова (оценка качества системы) // Вестник КузГТУ. 2005. № 2. с. 88 -91.

7. Сорокин А.С. Алгоритм решения систем уравнений Колмогорова (Оценка качества системы) // Вторая Всероссийская научная конф. Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB. М., 2004. с. 389 – 397.

Мартингалы в гиперконечном универсуме

Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

В данной работе рассматривается одна из наиболее живых и активных областей нестандартных исследований - теория случайных процессов и их применение. В этой области гиперконечные структуры играют особенно интересную и важную роль, объединяя в одной модели комбинаторные аспекты дискретной теории с аналитическими аспектами непрерывной теории.

Центральной темой является теория гиперконечных мартингалов, изучение их свойств и применение к стохастическому интегрированию, в частности к стохастическому интегралу Ито. Интеграл Ито вводится по гиперконечному случайному блужданию, которое является гиперконечной моделью броуновского движения.

При исследовании сравниваются стандартный и гиперконечный подходы к теме.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Альбеверио, И. Фенстад, Р. Хеэг – Крон, Т. Линдстрем. Нестандартные методы в стохастическом анализе и математической физике. - М.:Мир, 1990.

Асимптотические разложения вероятности разорения для обобщенного процесса Пуассона

Семенов А.Т.

Новосибирский государственный университет экономики и управления

Рассматривается момент $\tau(x) = \inf\{t\colon \xi(t) \geq x\}$ первого достижения или пересечения уровня $x > 0$ обобщенным процессом Пуассона $\xi(t) = S_{N(t)} = \sum_{k=1}^{N(t)} \xi_k$, $\xi(0) = 0$, $t \geq 0$, где ξ_1, ξ_2, … – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, $S_n = \xi_1 + \ldots$

$+ \xi_n$, $n \geq 1$, и $N(t)$ – не зависящий от последовательности $\{\xi_k, k \geq 1\}$ простой процесс Пуассона. Если процесс $S(t) = x - \xi(t)$, $t \geq 0$, описывает размер капитала некоторой компании в момент времени t, то $\tau(x)$ есть момент разорения этой компании.

В работе получены полные асимптотические разложения при $x \to \infty$ вероятности разорения $W(x, t) = P\{\tau(x) < t\}$ на конечном промежутке времени. При этом относительно величин скачков $\{\xi_k, k \geq 1\}$ процесса $\xi(t)$ предполагается, что они удовлетворяют условию Крамера: преобразование Лапласа этих величин аналитично в некоторой полосе, содержащей мнимую ось.

ЛИТЕРАТУРА

1. Королюк В.С. Граничные задачи для сложных пуассоновских процессов. – Киев: Наукова Думка, 1975.
2. Семенов А.Т. Асимптотические разложения вероятности разорения для процессов Леви I, II // Вестник Томского государственного университета, серия «Математика. Кибернетика. Информатика», 2006. – Приложение № 19. – С. 191 – 198; с. 198 – 202.

Построение точного аналитического решения уравнения броуновского движения с постоянной скоростью и ортогональными случайными воздействиями

Чалых Е.В.
Тихоокеанский государственный университет

Теория стохастических дифференциальных уравнений позволяет в настоящее время перейти к решению некоторых видов стохастических дифференциальных уравнений в аналитическом виде [1]. Особенностью последних является то, что в их решения входят функционалы от случайных возмущений [2].Такая возможность появляется при наличии сохраняющихся функционалов – первых интегралов [3,4]. Для уравнения Ланжевена специального вида (с ортогональными воздействиями) обладает первым интегралом [1], при этом квадрат модуля решения есть неслучайная функция от t, и предельный процесс осуществляется на сфере постоянного радиуса. Это означает, то рассматриваемое уравнение описывает процесс диффузии с неслучайной по модулю скоростью. Для этого уравнения на основе теории первых интегралов для СДУ строится точное аналитическое решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубко В.А., Чалых Е.В. Броуновское движение с детерминированным модулем скорости. - Киев, 1997. - 21 с. - (Препринт / НАН Украины. Ин-т математики;97.13).

2. Дубко В.А., Чалых Е.В. Построение аналитического решения для одного класса уравнений типа Ланжевена с ортогональными случайными воздействиями // Укр.мат. журн. - 1998. - 50, No.4, С. 604 - 605.

3. Дубко В.А. Первый интеграл системы стохастических дифференциальных уравнений. - Киев, 1978. - 28 с. - (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 78.27).

4. Дубко В.А. Вопросы теории и применения стохастических дифференциальных уравнений. - Владивосток: ДВО АН СССР, 1989. - 185 с.

СЕКЦИЯ “ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ”

Численное моделирование систем со случайной структурой

Аверина Т.А.
Институт вычислительной математики и
математической геофизики СО РАН

Современные задачи автоматического управления описываются математическими моделями, заданными различными уравнениями на случайных интервалах времени, т.е. используют модели стохастических систем с внезапной случайной сменой структуры (или со случайной структурой).

Система со случайной структурой описывается смешанным процессом $(y(t),s(t))$. Процесс $s(t)$ является дискретным случайным скалярным процессом с целочисленными значениями $1,...,S$. Здесь S – число детерминированных структур. Процесс $y(t)$ для каждой l-й структуры, $l=s(t)$, задается стохастическими дифференциальными уравнениями. Одномерная функция плотности распределения для каждой l-й структуры системы $p(l,y,t)$ удовлетворяет обобщенному уравнению Фоккера-Планка-Колмогорова.

В настоящей работе рассматриваются системы с условным марковским процессом $s(t)$, когда зависимость от вектора $y(t)$ задана статистически. Такие системы называются системами со случайной структурой с распределенными переходами. Аналитическое решение для таких систем можно найти лишь в исключительных случаях.

В работе предложен алгоритм статистического моделирования для вероятностного анализа систем с распределенными переходами. Этот алгоритм основан на численных методах решения СДУ.

Решена задача оптимального выбора параметров статистического алгоритма при вычислении оценки $p(l,y,t)$. Проведено сравнение построенного метода и спектрального метода на задачах автоматического управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект № 08-01-00334).

Метод контрольного объема для решения задач гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью

Аппязов Е.Б.
Кемеровский государственный университет

В докладе излагается алгоритм метода контрольного объема [1, 2] для решения задач гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью. Он включает в себя метод переноса границы, разделяющей несмешивающиеся жидкости (метод Юнга [3]), метод расчета силы поверхностного натяжения (метод CSF [4]) и метод расчета поля течения (процедура SIMPLE [1]). Представлены расчеты тестовых задач и проведено сравнение с известными результатами по каждому методу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. // М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
2. Rudman M. A volume-tracking method for incompressible multi-fluid flows with large density variations // Published in Int. J. Numer. Meth. Fluids. 1998. V. 28. P. 357–378.
3. Rudman M. Volume tracking methods for interfacial flow calculations // Published in Int. J. Numer. Meth. Fluids. 1996.
4. Brackbill J. U., Kothe D. B., and Zemach C. A continuum method for modeling surface tension // Journal Of Computational Physics. 1992, №100, P. 335-354.

Математическое моделирование температурного поля в твердом теле со сферическим очагом разогрева, обладающим покрытием

Аттетков А.В., Волков И.К., Пилявский С.С.
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Изучение процесса формирования температурного поля в твердом изотропном теле, содержащем сферический очаг разогрева – шаровую полость, заполненную высокотемпературным газом (в дальнейшем – внешней средой), при наличии покрытия на его поверхности, может проводится с использованием различных математических моделей. В частности, стандартное предположение об идеальности теплового контакта в изучаемой системе [1], обладающей постоянной начальной температурой, приводит к математической модели [2], которую в дальнейшем будем называть “точной моделью”.

Трудности, которые необходимо преодолевать при получении аналитических решений задач нестационарной теплопроводности в двухслойных областях, хорошо известны [1-4]. Поэтому рассмотрены возможности замены “точной модели” ее упрощенными аналогами. Разработанная иерархия математических моделей включает: уточненную модель “сосредоточенная емкость”, модель “ сосредоточенная емкость ”[2], “усеченная модель сосредоточенной емкости”. Приведены результаты вычислительных экспериментов с целью определения достаточных условий применимости каждого из упрощенных аналогов исходной “точной модели”.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600с.

2. Аттетков А.В. Теплоактивное покрытие как средство управляемого воздействия на температурное поле неограниченного твердого тела со сферическим очагом разогрева // Инженерно - физический журнал. – 2006. – Т.79, №3. – С.12-19.

3. Кудинов В.А., Карташов Э.М., Калашников В.В. Аналитические решения задач тепломассопереноса и термоупругости для многослойных конструкций. – М.: Высшая школа, 2005. – 430с.

4. Аттетков А.В., Волков И.К., Тверская Е.С. Математическое моделирование процесса теплопереноса в экранированной стенке при осесимметричном тепловом воздействии // Известия РАН. Энергетика. – 2003. – №5. – С.75-88.

Информационно-вычислительная система для решения задач прогноза качества воздуха в городе и его окрестностях

Барт А.А., Фазлиев А.З., Старченко А.В.
Томский государственный университет,
Институт оптики атмосферы

Целью данного исследования является создание Интернет доступной информационно-вычислительной системы (ИВС), предоставляющей пользователям информацию о ряде метеорологических и химических параметров атмосферы над г. Томском. Подобные информационные системы существуют для ряда зарубежных городов [1,2]. ИВС разрабатывается на основе программного обеспечения портала ATMOS [3,4].

Создан ряд приложений для получения входных данных, необходимых для вычислений в моделях. Эти данные доставляются с web-сайтов и ftp-серверов. К их числу относятся физические характеристики о состоянии приземного слоя атмосферы и вертикального зондирования атмосферы. В функции этих приложений входит работа с данными на стороне сервера, перевод их в формат требуемый прикладными программами и представление результатов расчётов.

Созданная версия ИВС интегрирована в тематический сайт «Климат», развиваемый в ТГУ. В ИВС внедрены вычислительные приложения, реализующие модели АПС и перенос примеси [5]. Планируется использовать ресурсы кластера ТГУ СКИФ «Cyberia» для вычислений по модели переноса примеси. Разработаны интерфейсы вывода результатов моделирования в табличном и графическом виде.

Авторы выражают благодарность РФФИ за финансовую поддержку (грант РФФИ № 07-05-01126).

ЛИТЕРАТУРА

1. AirWare:air quality management information system for urban and industrial applications, http://www.ess.co.at/AIRWARE/

2. K. Fedra, Urban and industrial air quality assessment and management: Internet based solutions. The Clean Air Journal, NACA NVSL Vol. 15/1 April 2006, pp. 19-23.

3. А.Ю. Ахлестин, Е.П. Гордов, A. DeRudder, В.А. Крутиков, В.Н. Лыкосов, А.В. Михалев, А.З. Фазлиев, K. Fedra Интернет портал о свойствах атмосферы. Структура и технологии. //Труды всероссийской конференции «Математические и информационные технологии в энергетике, экономике, экологии», Часть 2. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2003. – С. 247-254.

4. Промежуточное программное обеспечение портала АТМОС, http://atmos.iao.ru/middleware/

4. Беликов Д.А., Старченко А.В. Применение модели турбулентного переноса примеси к исследованию образования вторичных загрязнителей в атмосфере города//Измерения, моделирование и информационные системы для изучения окружающей среды /Под редакцией Е.П. Гордова. - Томск: Издательство Томского ЦНТИ, 2006г., с.62

Разработка модели базы данных как элемента системы управленческого учёта Тюменского государственного нефтегазового университета

Борзых В.Э., Свяжин С.О.
Тюменский государственный нефтегазовый университет

Эффективность организации процесса управленческого учета предприятия во многом зависит от базы данных или баз данных, которые лежат в его основе. В настоящее время управленческий учет в Тюменском государственном нефтегазовом университете организован на наборе не связанных между собой, а зачастую и противоречащих друг другу, информационных систем, что значительно усложняет процесс сбора и предоставления информации руководителям всех уровней. В связи с этим становится понятной актуальность задачи разработки модели единой базы данных для Тюменского государственного нефтегазового университета. При построении модели базы данных должны быть учтены следующие аспекты:

- модель должна отражать интересы всего управленческого аппарата университета;
- модель должна учитывать и обеспечивать взаимосвязь используемых в университете методов управления. В настоящее время внедрены и используются следующие методы: бюджетное управление, управление проектами, программно-целевой подход, сбалансированная система показателей;
- модель должна отражать требования законодательства, связанные с контролем деятельности университета;
- должна быть обеспечена оперативность организуемого на основе модели базы данных управленческого учёта;
- должен быть обеспечен баланс между трудоемкостью учёта и полнотой учитываемых данных.

В качестве основы при построении модели базы данных предлагается выбрать реляционный подход, т.к. в его основе лежит строгая формальная теория, которая позволит обеспечить целостность и непротиворечивость хранимых данных.

Анализ стратиграфической информации

Быков А.В.
Тюменский государственный нефтегазовый университет

В процессе разработки нефтяных и газовых месторождений обращаются к созданию геологических моделей. Для этого необходимо использовать стратиграфическую информацию. Так как в большинстве случаев при создании геологической модели имеются данные не только для текущего объекта, но и с других областей, то имеется возможность сравнить данные для одинаковых стратиграфических подразделений, которые присутствуют и в других районах.

Таким образом, необходимо, чтобы была возможность получить следующую информацию для любого стратиграфического подразделения:

- статистические параметры (среднее, минимальное, максимальное значения, медиана и др.) для любого геофизического метода, по которому имеется информация;
- все результаты исследования керна, для численных результатов (пористость, проницаемость, продуктивность, характер насыщения и др.) – получение статистических данных;
- границы распространения подразделения (используются упоминания подразделений в разбивках скважин и их координаты).

Кроме того, ещё необходимо отображать следующую информацию по всем имеющимся стратонам:

- все встречающиеся подразделения для заданной территории (стратоны одной шкалы);
- распространение различных подразделений одного возраста (например, границы распространения свит в рамках одного горизонта).

Следует отметить, что так как все исходные данные поступают из разнообразных источников, имеют разную степень точности, достоверности, частично дополняют, а порой и противоречат друг другу (не всегда в явном виде), то необходимо провести тщательную подготовку данных.

В докладе рассматриваются основные задачи, связанные с отчисткой исходных данных, построением гибкой непротиворечивой модели, а также с её применением.

Вычисление решения задач наименьших квадратов на основе метода расширенной системы уравнений с разреженной матрицей

Гоголева С.Ю., Зотеева О.В.
Самарский государственный аэрокосмический
университет им. С.П. Королева

Разреженные матрицы встречаются при решении многих важных практических задач: структурного анализа, теории электрических сетей и систем распределения энергии, численного решения дифференциальных уравнений, теории графов. Большую проблему составляет сокращение памяти, трудоемкости и увеличение быстродействия алгоритмов. При условии, что система уравнений является разреженной, считается неэффективным хранение и обработка всей матрицы. Можно значительно сэкономить память, уменьшить время решения поставленной задачи и тем самым уменьшить стоимость решения, если хранить и обрабатывать только ненулевые элементы.

В данной работе рассматривается преобразование задачи наименьших квадратов к эквивалентной задаче решения расширенной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и модификация этой системы, а также сравнение с методом нормальных уравнений [2].

В работе предложено находить решение расширенной СЛАУ при помощи прямого проекционного метода (ППМ) [1]. Основной недостаток метода нормальных систем – в большинстве случаев происходит заполнение, что ведет к дополнительным затратам оперативной памяти и арифметических операций.

ППМ применительно к методу расширенных систем позволяет избежать ненужных n первых шагов, что существенно сокращает число операций, затрачиваемых на решение задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жданов А.И. Прямые реккурентные алгоритмы решения линейных задач метода наименьших квадратов // ЖВМиМФ.1994. Т. 34. No 6. С. 811-814.
2. Bjork A. Handbook of numerical analysis. V.1. North-Holland Elsevier.1990.

Прямой проекционный метод с выбором ведущего элемента для решения плохо обусловленных задач наименьших квадратов с разреженными матрицами

Гоголева С. Ю., Рыбакина А.В.
Самарский государственный аэрокосмический
университет им. С.П. Королева

Математические модели многих практических задач приводят к плохо обусловленным задачам наименьших квадратов с большими и разреженными матрицами коэффициентов. Серьезную проблему при работе с разреженными матрицами представляет численная устойчивость.

Решение задачи наименьших квадратов эквивалентно решению нормальной системы [2].

Так как матрица системы симметричная, то в случае хорошей обусловленности она решается методом Холесского.

Нормальная система как правило является плохо обусловленной. В случае плохо обусловленной системы применяют методы, основанные на ортогональных преобразованиях, но они ведут к значительному росту числа арифметических операций.

В работе предлагается при решении задачи наименьших квадратов рассматривать эквивалентную нормальной системе расширенную систему алгебраических уравнений.

Рассматривается прямой проекционный метод (ППМ) решения расширенной СЛАУ[1]. В работе разработана стратегия выбора ведущего элемента для этого метода.

Результаты численных исследований показали, что применение ППМ с модифицированной стратегией выбора ведущего элемента для решения плохо обусловленной задачи наименьших квадратов по сравнению с методом Холесского решения нормальных систем позволяет уменьшить число обусловленности, заполнение и получить точное решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жданов А.И. Прямые реккурентные алгоритмы решения линейных задач метода наименьших квадратов // ЖВМиМФ.1994. Т. 34. No 6. С. 811-814.
2. Bjork A. Handbook of numerical analysis. V.1. North-Holland Elsevier.1990.

Моделирование работы осевого вентилятора системы нагнетания в шахту в CFD-пакете Fluent

Гурина Е.И.
Открытое Акционерное Общество
Томский электромеханический завод им. В.В. Вахрушева

В 21 веке программное обеспечение, основанное на математическом моделировании физических процессов, обеспечивает решение задач связанных с инженерным анализом изделий.

В докладе будет рассказано о математическом моделировании физических процессов протекающих в проточной части осевого одноступенчатого вентилятора с помощью пакета газовой динамики Fluent. Также будет представлено сопоставление экспериментальных данных с данными численного моделирования.

Математическая модель, описывающая течение потока воздуха в вентиляторе представляется системой дифференциальных уравнений, включающей:

- уравнения движения Навье – Стокса (ядро модели);
- уравнение неразрывности;
- уравнения модели турбулентности;
- уравнение энергии.

В результате математической обработки мы получаем основные параметры вентилятора такие как: скорость, массовый расход, давление воздушного потока, а также отслеживаем зоны повышенной турбулезации потока, застойные зоны конструкции и т.д.

Из полученных результатов моделирования осуществляется анализ параметров текущей модели вентилятора и, в случае необходимости, производится его дальнейшая модернизация.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: 1956. - 515 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: 1987. - 678 с.
3. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. - М.: 1955. - 521с.
4. http://www.fluent.com

Моделирование электронных процессов в полевых транзисторах на арсениде галлия

Дучко А.Н., Прокопьев Д.Г.
Томский государственный университет
Томский политехнический университет

Проблема разработки сверхбыстродействующих полевых транзисторов на арсениде галлия является актуальной. Интерес представляет физическая картина развития пробоя в транзисторе. Целью работы явилось рассмотрение причин, приводящих к пробою прибора. Задача решалась путем математического моделирования электронных процессов в двумерной структуре транзистора. Численными методами решалась фундаментальная система уравнений в частных производных, включающая уравнение Пуассона с краевыми условиями первого и второго родов и уравнение непрерывности для электронов. Уравнение Пуассона решалось с использованием метода верхних релаксаций. Уравнение непрерывности интегрировалось с использованием явной схемы Франка-Николсона. Результаты расчетов представлялись в виде картин распределения электрического поля.

Было показано, что пробой в транзисторе при отрицательном смещении на затворе происходит вследствие формирования в активной области прибора статического домена высокого поля. Причина появления домена обусловлена нелинейностью скорости электронов от напряженности электрического поля в арсениде галлия.

Однородный алгоритм глобальной оптимизации на основе сепарабельных функций

Елсаков С.М., Ширяев В.И.
Южно-Уральский государственный университет

Рассматриваются алгоритмы решения задачи $f(x) \to \operatorname*{absmin}_{x \in X}$, где $f(x)$ – целевая липшицевая функция, X – допустимое множество. Рассматриваются алгоритмы, генерирующие последовательность $\{x_k\}$, сходящуюся к точкам глобального минимума целевой функции. Алгоритм будем называть однородным, если для двух целевых функций различающихся на константу, алгоритм генерирует одинаковые последовательности $\{x_k\}$. Подобные алгоритмы будем представлять в виде

$x_{k+1} = \underset{x \in X}{\text{absmax}}\, P(m_k^f(x), s_k^f(x))$, где функции $m_k^f(x), s_k^f(x)$ удовлетворяют следующим соотношениям:

A1) $m_k^f(x_i) = f(x_i), i = \overline{1,k}$;

A2) $s_k^f(x_i) = 0, i = \overline{1,k}$;

A3) $s_k^f(x) > 0, x \neq x_i, i = \overline{1,k}$;

A4) $m_k^f(x), s_k^f(x)$ – липшицевы.

Теорема 1. Если функция $P(\cdot,\cdot)$ дважды непрерывно дифференцируема и максимум может достигаться в любой точке, для функций $m_k^f(x), s_k^f(x)$ выполнены дополнительные условия: A5) $m_k^{f+C}(x) = m_k^f(x) + C, i = \overline{1,k}$, A6) $s_k^{f+C}(x) = s_k^f(x), i = \overline{1,k}, C = const$, то функция $P(m_k^f(x), s_k^f(x)) = cm_k^f(x) + p(s_k^f(x))$, где c – некоторая константа, а $p(\cdot)$ – некоторая функция.

В качестве функций $m_k^f(x)$ и $s_k^f(x)$ предлагается взять сепарабельные функции, что позволяет свести решение задачи $x_{k+1} = \underset{x \in X}{\text{absmax}}\, P(m_k^f(x), s_k^f(x))$ к задаче сепарабельного программирования с применением одномерных алгоритмов глобальной оптимизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Елсаков С.М., Ширяев В.И. Об однородных алгоритмах глобальной оптимизации//Мат. 13-й Всерос. конф. "Мат. программирование и приложения" Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – С. 37-38.

Компьютерное моделирование температурных эффектов в плазме

Ефимова А.А.
Институт вычислительной математики и
математической геофизики СО РАН

Работа посвящена моделированию эффектов теплопроводности при взаимодействии электронного пучка с плазмой методом частиц-в-ячейках и направлена на развитие открытых магнитных систем для удержания плазмы, одного из подходов к решению термоядерной проблемы. Важной особенностью открытых систем является возможность нагрева плазмы сильноточным релятивистским электронным пучком, который инжектируется вдоль силовых линий магнитного поля и эффективно греет плазму. Начальные параметры выбирались близкими к условиям экспериментов, проводимых на установке ГОЛ-3, которая представляет собой многопробочную термоядерную ловушку открытого типа с плазмой высокой плотности, нагреваемой мощным релятивистским электронным пучком.

Рассматривалось приближение бесстолкновительной плазмы, которая описывается системой уравнений Власова-Максвелла. Для моделирования бесстолкновительной плазмы использовался метод частиц-в-ячейках. Плазма моделируется набором отдельных частиц, каждая из которых характеризует движение многих физических частиц. Характеристики уравнения Власова описывают траектории движения частиц. Для решения уравнений Максвелла используется схема Лэнгдона – Лазинского.

Новизна работы заключается в моделировании температуры с помощью метода частиц-в-ячейках. Трудность задачи состоит в том, что отдельные модельные частицы объединяют множество реальных частиц, поэтому возникает проблема интерпретации дисперсии функции распределения частиц по скоростям в качестве температуры.

Для проверки правильности решения использовался закон сохранения энергии. Кроме того, проводилось сравнение с аналитическими решениями. Для этого решены задачи о развитии двухпотоковой неустойчивости и выравнивания температуры в двухтемпературной плазме.

Сквозные разностные схемы для решения ОДУ со знакопеременным коэффициентом

Зверев В.Г.
Томский государственный университет

Решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) I порядка на отдельных участках области интегрирования может иметь умеренно неустойчивый и устойчивый по начальным данным характер [1, 2]. К локально неустойчивой ветви решения приводит знакопеременность коэффициента ОДУ при искомой функции в первой степени. Подобные уравнения возникают при описании процессов в химической кинетике, биологии и т.д. [1,2].

Смена характера решения уравнения требует изменения вычислительной технологии интегрирования. С практической точки зрения желательно, чтобы численные методы обладали сквозной технологией и могли обеспечивать получение решения во всем диапазоне изменения коэффициентов уравнения и области определения.

В данной работе в развитие исследований [3, 4] предложены специальные схемы I и II порядка для сквозного расчета ОДУ со знакопеременным коэффициентом. В основе их построения лежит использование точного интегрального решения уравнения и аппроксимаций сеточных функций, инвариантных к знаку коэффициента уравнения. Рассмотрены свойства, асимптотика и рациональная аппроксимация схем. Тестовыми расчетами показана хорошая сходимость численных результатов к точным решениям, в том числе при грубых шагах интегрирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука. 1982. 272 с.

2. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и математическое обеспечение. Пер. с англ. М.: Мир, 1998. 575 с.

3. Зверев В.Г. Разностные схемы повышенного порядка точности для численного решения жесткого обыкновенного дифференциального уравнения с линейными коэффициентами // Математическое моделирование. 2007. Т.19. N 9. С. 94–104.

4. Зверев В.Г., Гольдин В.Д. Об одной специальной разностной схеме для решения жесткого обыкновенного дифференциального уравнения // Вычислительные технологии. 2008. (в печати).

Итерационный метод решения трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса в переменных "вихрь - векторный потенциал"

Иванов К.С.

Кемеровский государственный университет

Рассматривается трехмерная нестационарная система уравнений Навье-Стокса. В большинстве случаев данную задачу записывают в "естественных" переменных и для её решения используют метод расщепления по физическим процессам. Решению возникающих при таком подходе проблем посвящено достаточно большое количество литературы [1].

В настоящей работе предлагается реализовать алгоритм решения трехмерной нестационарной задачи пространственного движения вязкой однородной несжимаемой жидкости, записав её в переменных "вихрь - векторный потенциал". Несмотря на существенное увеличение объема вычислений, такой подход имеет значительное преимущество, связанное с тем, что на каждом шаге по времени довольно легко обеспечить соленоидальность поля скоростей [2]. Для численного решения возникающих на каждом временном шаге систем линейных алгебраических уравнений предлагается использовать итерационный метод неполной аппроксимации минимальных невязок с многопараметрической оптимизацией параметров, основанной на групповой минимизации нормы невязки приближенного решения [3].

Приводятся результаты численных расчетов ряда трехмерных нестационарных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Роуч П. Вычислительная гидродинамика М.:~Мир, 1980.
2. Белолипецкий В.М., Костюк В.Ю., Шокин Ю.И. Математическое моделирование течений стратифицированной жидкости Н.:~Наука, 1991.
3. Захаров Ю.Н. Градиентные итерационные методы решения задач_гидродинамики

Численное моделирование взаимодействия уединенных волн с подводными препятствиями методом естественных соседей

Карабцев С.Н., Стуколов С.В.
Кемеровский государственный университет

Вопросам взаимодействия уединенных волн с подводными препятствиями посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ в связи с важностью вопросов по определению воздействия этих волн на гидротехнические сооружения и акватории портов. Физические эксперименты для изучения подобных явлений оказываются сложными и дорогостоящими, а быстрота протекания реальных процессов делает численные методы практически единственным источником информации о картине течения.

В настоящей работе для численного моделирования задачи о взаимодействии уединенных волн с телом прямоугольного сечения, расположенным на дне, используется модифицированный метод естественных соседей [2] для решения системы уравнений Эйлера, позволяющий получать кинематические и динамические характеристики исследуемой задачи. Основными определяющими параметрами задачи являются амплитуда волны, а также ширина и высота тела. Форма уединенной волны и распределение поля скоростей на ней получены из работы [1]. Решение системы уравнений Эйлера позволило обнаружить образование вихревых структур вблизи тела, а также определить зависимость амплитуд отраженной и прошедшей волны от циркуляции вихря.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев К.Е., Стуколов С.В. Численное моделирование взаимодействий уединенных волн с препятствиями // Вычислительные технологии – Новосибирск. ИВТ СО РАН. Т. 4. №6. 1999, С. 3-16.
2. Карабцев С.Н., Рейн Т.С. Применение метода естественных соседей к решению задач механики жидкости со свободной поверхностью. // Материалы III международной научной летней школы «Гидродинамика больших скоростей и численное моделирование», Кемерово 2006. стр. 393-399.

Численное решение интегральных уравнений с одной неизвестной функцией, эквивалентных трехмерным задачам дифракции акустических волн

Каширин А.А., Смагин С.И.
Вычислительный центр ДВО РАН

Рассматриваются задачи дифракции стационарных акустических волн в неограниченном пространстве на трёхмерных однородных включениях. Эффективные алгоритмы численного решения этих задач могут быть построены на основе эквивалентных им граничных интегральных уравнений, которые заданы на замкнутых двумерных многообразиях, являющихся границей раздела двух сред. Поскольку задачи дифракции допускают различные интегральные постановки, возникает необходимость выбора и исследования таких формулировок, которые наиболее удобны для численного решения.

В данной работе, в отличие от общепринятого подхода, когда задачи дифракции формулируются в виде систем двух граничных интегральных уравнений с двумя неизвестными функциями, получены и используются слабо сингулярные интегральные уравнения I рода с одной неизвестной функцией, каждое из которых равносильно исходной задаче. Эти уравнения обладают сложной для теоретического анализа структурой, что компенсируется возможностью построения на их основе эффективных численных алгоритмов.

Для численного решения интегральных уравнений разработан не требующий триангуляции поверхности согласованный с шагом сетки алгоритм осреднения интегральных операторов со слабыми особенностями в ядрах, позволяющий строить дискретные аналоги исходных задач по достаточно простым аналитическим формулам.

Аппроксимирующие интегральные уравнения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) имеют плотно заполненные матрицы комплексных коэффициентов порядка нескольких десятков тысяч. Приближенные решения этих СЛАУ находятся численно при помощи обобщенного метода минимальных невязок (GMRES). Расчёты показали, что число итераций, необходимых для отыскания решений СЛАУ данным методом, невелико по сравнению с размерностью систем и зависит от нее весьма слабо.

Приведены результаты численных экспериментов, позволяющих оценить возможности предлагаемого подхода.

Численное моделирование гравитирующих систем

Лазарева Г.Г.
Институт вычислительной математики и
математической геофизики СО РАН

Моделирование в астрофизике является основной методикой изучения нелинейных процессов эволюции космических структур и проверки теорий возникновения Вселенной. На современном этапе наиболее актуально численное моделирование нестационарной и пространственно трехмерной динамики гравитирующего газа. В докладе рассмотрены наиболее популярные в настоящее время численные методы для реализации моделей гравитирующих газовых систем. В настоящее время из всего широкого диапазона численных методов используются следующие: лагранжев метод сглаженных частиц SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) и эйлеровы методы на адаптивных сетках AMR (Adaptive Mesh Refinement).

Эволюция облака газа описывается системой уравнений газовой динамики с учётом уравнения для температуры и уравнением Пуассона для гравитационного потенциала. Описан метод численной реализации, основанный на методе крупных частиц, использование которого позволило исключить влияние направления сеточных линий и эмпирических параметров на решение. Исследовано влияние баланса энергии на законы сохранения моментов движения. Показано влияние нарушения детального баланса энергий на решение газодинамических задач с учетом гравитации.

Приведены результаты численных расчетов задачи столкновения галактик.

Применение итерационного процесса для получения поля давления в методе ISPH

Макарчук Р.С.
Кемеровский государственный университет

При численном моделировании задач гидродинамики методом ISPH для нахождения поля давления необходимо решать уравнение Пуассона. Для корректной аппроксимации оператора Лапласа, правой части уравнения Пуассона, а также для корректной постановки условия Дирихле на свободной поверхности необходимо равномерное распределение частиц по расчетной области. В работе [1] используется схема решения уравнений движения, при которой уравнение Пуассона на каждом временном шаге решается один раз. Такой подход обычно позволяет получить лишь качественные кинематические картины течений. В работе [2] предлагается итерационная схема нахождения координат частиц:

$$(\sigma_0 - \sigma^{t+1,m-1}) / \sigma_0 \to \nabla \cdot (\nabla p / \rho)^{t,m-1} \Delta t^2 / 2$$

$$x^{t+1,m-1} - (\nabla p / \rho)^{t,m-1} \Delta t^2 / 2 \to x^{t+1,m}$$

$$x^{t+1,m} \to \sigma^{t+1,m}$$

где $\sigma = \sum_j W(x - x_j, h)$ – плотность частицы, отнесенная к массе, t – номер шага по времени, m – номер итерации. Вышеприведенный итерационный процесс решения уравнения Пуассона находит такие координаты частиц, при которых отклонения значений плотности от необходимых были бы минимальны, что непосредственно сказывается на качестве получаемых картин распределения давления. Помимо использования итерационного процесса, целесообразно также дополнительно на каждом шаге по времени решать уравнение Пуассона с правой частью в форме дивергенции скорости. Это позволяет получить корректное поле скоростей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shao S., Lo E.Y.M. Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface // Advances in Water Resources, 2003, Vol. 26, 787–800

2. Hu X.Y., Adams N.A. An incompressible multi-phase SPH method Journal of Computational Physics, 2007, Vol. 227, 264–278

Разработка алгоритма, уменьшающего шум в методе частиц-в-ячейках

Месяц Е.А.
Институт вычислительной математики и
математической геофизики СО РАН

В настоящее время метод частиц применяется довольно широко, особенно при решении задач физики плазмы. Недостатком метода частиц всегда являлось наличие в решении нефизических эффектов (так называемых шумов). К ним относятся: появление несуществующих сил (самовоздействие), нарушение законов сохранения импульса и энергии, изменение дисперсионных свойств плазмы, флуктуации параметров в процессе. Влияние различных нефизических факторов на решение часто бывает трудно разделить, поскольку они выступают совместно и взаимодействуют друг с другом. На сегодняшний день нет единого подхода к решению этой проблемы. Основные методы уменьшения счетных эффектов – это увеличение числа частиц (что не всегда возможно), модификация формы и распределение плотности в частице, подбор оптимальных шагов по времени и пространству, модификации метода, основанные на специфике конкретной задачи, а также алгоритмы сглаживания. Но они не устраняют сам шум и сглаживают физические эффекты, что нежелательно.

Данная работа посвящена разработке нового алгоритма, уменьшающего счетные шумы. Предлагаемый алгоритм основан на следующей идее. Пусть вычисленная на m шаге средняя скорость частиц является гладкой. За 1 шаг гладкость средней скорости пропадает, даже если на частицы не действуют никакие силы. Определим шумовую добавку как разницу на шаге m+1 полученной скорости и желаемой, которая является решением уравнений для первых двух моментов функции распределения (шаг делается без учета действия напряженности электрического поля). Вычтем шумовую добавку из скорости каждой частицы в данной ячейке на шаге m. Тогда если вновь посчитать среднюю скорость на шаге m, она будет с шумом, а уровень шума во вновь подсчитанной на m+1 шаге (уже с учетом действия напряженности электрического поля) средней скорости будет значительно меньше (что очень хорошо заметно при маленьком числе частиц или при небольшом числе шагов по времени).

Разработка алгоритма велась на примере одномерной задачи распада разрыва плотности ионов в неизотермической полностью ионизированной бесстолкновительной плазме. Исходная модель: кинетическое уравнение Власова и уравнение Пуассона для потенциала электрического поля. Приводится сравнение результатов, полученных по методу частиц, модифицированному методу и конечно-разностной схеме. Полученные расчеты показали перспективность предложенного алгоритма.

Моделирование распределённых систем с учётом их пространственного положения

Панфилова Н.Г.
Тюменский государственный нефтегазовый университет

Внедрение новых технологий в прокладку нефте- и газопроводов, связанных с их бестраншейной прокладкой, требует решения задачи моделирования распределенной системы с учётом её пространственного положения. Это позволяет на стадии проектирования определить оптимальную мощность буровой установки, а также траекторию ствола скважины с целью предотвращения возможных аварийных ситуаций с прихватом, а также непроходимостью колонны, обусловленной наличием силы её трения о стенки скважины.

Существующие на сегодня математические и цифровые модели [1,2,3], описывающие процесс протаскивания колонны труб в пробуренной скважине, не учитывают её пространственного положения, а также возможности приложения внешних сил, направленных на снижение сил трения колонны о стенки скважины.

В докладе представлена цифровая модель процесса бестраншейной прокладки трубопровода, позволяющая на стадии проектирования учесть действующие на колонну труб силы трения, а также возможность приложения к ней внешних вибрационных воздействий, направленных на снижение сил трения [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в Matlab 6.0: Учебное пособие. – СПб.: КОРОНА принт, 2001. – 320.с., ил.
2. Зенкевич О.И. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975 -539 с.
3. Селезнев В.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Основы численного моделирования магистральных трубопроводов. – М.: КомКнига, 2005. – 496 с.
4. Панфилов Г.А., Панфилова Н.Г., Кротов О.И., Апасев П.А. Патент на изобретение № 2186926 «Вибрационное устройство».

Перетекающие множества

Первушина Н.А., Мякушко Э.В.
Снежинская государственная физико-техническая академия

Классическая математика оперирует численными значениями величин, не вникая в их природу и содержание. Исторически, она делилась на континуальную (КМ) и дискретную (ДМ). В отличие от КМ, в ДМ отсутствуют величины, учитывающие и предсказывающие тенденцию изменения исследуемого параметра.

На основе современных методов ДМ работают все вычислительные машины и цифровые устройства. В настоящее время, более гибким подходом к описанию числовых параметров реальных информационно-измерительных систем (ИИС) стал подход, предложенный Л.А. Заде [1]. Подход заключался во введении вместо традиционного понятия множества – нечёткого множества (НМ), более гибкого понятия в отношении принадлежности элементов.

Наиболее совершенной системой восприятия, анализа и вывода по-прежнему является человек. ИИС-человек, в отличие от технической ИИС, улавливает не только основные значения регистрируемых характеристик и параметров, но также силу сигнала и тенденцию его изменения.

Учёт тенденции изменения данных предлагается проводить при помощи перетекающих множеств (ПМ). ПМ – это разновидность НМ, сочетающая в себе принадлежность к некоторой классификационной категории и тенденцию изменения величины рассматриваемого параметра при переходе от одного элемента НМ к другому.

Введение понятия ПМ позволяет существенно расширить область действия законов теории НМ. ПМ, как новые математические объекты, существенным образом расширят область действия математической теории НМ и её практических приложений, а это, в свою очередь, поднимет науку математику на новый уровень.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближённых решений. – М: Мир, 1976. – 165 с.

Использование компьютерных программ и математических моделей в малых предприятиях

Пиньковецкая Ю.С.
Ульяновский государственный университет

Малые предприятия имеют небольшое число сотрудников, они не могут по каждому направлению деятельности иметь специалистов высокого класса, многие функции приходится совмещать. Поэтому развитие экономики страны ставит в число наиболее актуальных исследования, связанные с компьютерным моделированием и внедрением программных комплексов, обеспечивающих повышение эффективности деятельности малых предприятий.

Автором был разработан ряд моделей и специализированных компьютерных программ, которые позволяют решить некоторые наиболее трудоемкие задачи с учетом специфики малых предприятий.

Первая модель позволила определить ожидаемую прибыль в зависимости от количества продукции, произведенной за год. При этом возможно выявить наименьший объем производства, обеспечивающий рентабельную работу (точка безубыточности). Кроме того определяются объемы производства, соответствующие получению максимальной прибыли.

Вторая модель позволяет обосновать величину цен на продукцию двумя наиболее применимыми в практике методами: нормативно-параметрическим и затратным.

Разработаны специализированные компьютерные программы расчетов таких наиболее сложных экономических показателей, как обоснование заработной платы и показателей работы автомобилей.

Учитывая, что экологическое обеспечение деятельности необходимо всем предприятиям, разработаны два программных продукта, для расчета объемов вредных выбросов от конкретных производств и инвентаризации выбросов загрязняющих веществ в атмосферу парка автомобилей.

Все перечисленные выше программные комплексы зарегистрированы Федеральной службой Российской Федерации по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Их внедрение позволило существенно повысить эффективность решения соответствующих задач на ряде малых предприятий Ульяновской области.

Моделирование тепловых режимов теплопроводов в условиях контакта с влажным воздухом

Половников В.Ю.
Томский политехнический университет

Моделирование тепловых режимов теплопроводов является актуальной задачей при разработке энергосберегающих систем передачи тепловой энергии, а величина тепловых потерь является особо важным показателем, отражающим состояние теплосетей.

Целью работы является моделирование тепломассопереноса в теплоизоляции трубопровода и численный анализ тепловых потерь при его эксплуатации в условиях контакта с влажным воздухом.

В работе анализ тепловых потерь сводился к решению одномерной нестационарной задачи тепло– и массопереноса для тепловой изоляции трубопровода.

В результате проведения серии численных экспериментов было уставлено, что рост теплопотерь теплопровода связан с одной стороны с увеличением эффективной теплопроводности материала изоляции вследствие его насыщения влагой из влажного воздуха, а с другой – увеличением коэффициентов теплоотдачи для воздуха, имеющего большую относительную влажность.

Основные выводы:

тепловые потери теплопроводов в условиях увлажнения тепловой изоляции влагой из влажного воздуха канального пространства в целом достаточно близки к нормативным значениям;

применение гидроизоляции позволяет снизить тепловые потери теплопровода в условиях контакта с влажным воздухом на 9 %;

процесс насыщения изоляции влагой из влажного воздуха является достаточно непродолжительным (до 3 часов) и период выхода процесса на стационарный режим может быть исключен из рассмотрения при моделировании работы теплопроводов в рамках рассматриваемой модели.

На основании полученных результатов можно сделать вывод о перспективности применения разработанных модели и методики численного анализа тепловых потерь теплотрубопроводов канальной прокладки, работающих в условиях контакта с влажным воздухом.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-08-00143).

Об одном алгоритме нахождения орбит группы автоморфизмов графа

Пролубников А.В., Самолов А.Ю.
Омский государственный университет

Для алгоритмов решения задачи проверки изоморфизма графов (ИГ) определяющим фактором эффективности является формирование разбиения вершин графа G – множества $V(G)$, исходя из которого строится изоморфизм. Разбиение $V(G)$ на орбиты группы автоморфизмов позволяет вычислительно эффективно решать задачу ИГ. Так, наиболее эффективный из разработанных экспоненциальных алгоритмов решения задачи ИГ алгоритм NAUTY [1] строит разбиение $V(G)$ на орбиты. На данный момент нет алгоритмов решения задачи ИГ, как и алгоритмов нахождения орбит, работа которых в общем случае требовала бы не более чем полиномиального количества элементарных машинных операций.

По результатам вычислительных экспериментов прямой алгоритм решения задачи ИГ при вычислительной сложности $O(n^4 log\ n)$ [2] находит решение для широкого класса графов, не включающего в себя графы со степенью минимального многочлена ниже 4.

Предлагаемый алгоритм нахождения орбит группы автоморфизмов графа построен с использованием того же аппарата линейной алгебры, что и прямой алгоритм решения задачи ИГ. В ходе работы алгоритма проводятся возмущения модифицированной матрицы смежности графа, с фиксацией отклика на возмущения по обратной матрице к матрице графа. Матрица смежности графа модифицируется до матрицы с диагональным преобладанием.

Предлагаемый алгоритм имеет вычислительную сложность равную $KЧO(n^4 log\ n)$, где K – количество используемых типов возмущений. Алгоритм находит орбиты для того же класса графов, для которого дает решение прямой алгоритм решения задачи ИГ.

ЛИТЕРАТУРА

1. McKay, B.D. Practical graph isomorphism. – Congressus Numeratium, 30, 1981. Pp. 45-87.

2. А.В. Пролубников. Прямой алгоритм проверки изоморфизма графов. - Сб. научн. тр. "Компьютерная оптика". Под ред. акад. РАН Ю.И. Журавлева. Издательство Самарского государственного университета, 2007, вып. 27, с. 123-128.

Расчет гидродинамических нагрузок в задачах о движении вязкой несжимаемой жидкости со свободными границами

Рейн Т.С.
Кемеровский государственный университет

Моделирование течений несжимаемой жидкости со свободными границами, сопровождающихся нелинейными эффектами и большими деформациями расчетной области, невозможно без использования современных численных методов. Первым из бессеточных методов нового поколения появился бессеточный метод естественных соседей (Natural Element Method) [1]. Особенность метода NEM в том, что для стационарных задач он является обычным (классическими) методом Галеркина, то есть является сеточным. Для нестационарных задач применяется подход Лагранжа к описанию среды. А именно, на каждом шаге по времени по найденному на предыдущем шаге положению узлов строится сетка, определяющая новую структуру соседей для каждой узловой точки области, на которой решается аппроксимированная система уравнений. В силу этого метод естественных соседей сохраняет некоторые преимущества классического метода Галеркина, а именно простоту функций формы в области определения, непрерывность между элементами, легкость введения граничных условий. При этом имеет все достоинства бессеточных методов, так как функции формы метода естественных соседей зависят только от положения узловых точек и не зависят от связи между узлами.

В настоящей работе рассматривается численный алгоритм моделирования движения вязкой жидкости со свободными границами обобщенным методом естественных соседей. Решение многомерной задачи на дробных шагах сводится к решению отдельных уравнений методом сопряженных градиентов. Приведены результаты решения задачи о колебаниях жидкости в прямоугольном бассейне и определении нагрузок на стенки бассейна. Представлено сравнение результатов решения для вязкой жидкости с результатами, полученными при решении задачи о движении идеальной жидкости в потенциальной постановке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sukumar N., Moran B., Belytschko T. The natural element method in solid mechanics // IJNME, 1998. - Vol.43, №5. - P.839-887.

Адаптивное изменение масс модельных частиц в методе частиц в ячейках

Снытников А.В.
Институт вычислительной математики и
математической геофизики СО РАН

Цель работы заключается в создании новой модификации метода частиц в ячейках, основанной на адаптивном изменении масс модельных частиц для снижения уровня нефизических шумов. В предлагаемой модификации метода частиц в ячейках масса модельной частицы изменяется пропорционально плотности вещества в ячейке. При этом отношение заряда и массы модельной частицы, входящее в уравнение движения, остается неизменным для каждого сорта частиц (модельная частица хранит только массу).

Большое количество частиц в ячейке будет обеспечиваться с помощью верхнего (U) и нижнего (L) пределов числа частиц. На каждом шаге в каждой ячейке расчетной области будет выполняться следующий алгоритм коррекции числа и масс модельных частиц (пусть число частиц в ячейке равно M).

1) Вычисляется полная масса в ячейке.

2) Вычисляется средняя скорость.

3) Если $M < L$, то добавляются новые частицы (L-M штук) с необходимым разбросом по скоростям (гауссово распределение, средняя скорость равна. 0) Если M > U, то удаляются M-U частиц.

4) Вычисляется масса одной частицы в ячейке путем деления полной массы на полное количество частиц; Эта масса присваивается каждой частице в ячейке.

5) К случайным скоростям новых частиц добавляется средняя скорость частиц в ячейке.

Модельные частицы добавляются и удаляются так, чтобы полная масса (заряд) и средние скорости в ячейке не изменились.

В моделировании тлеющего разряда в силановой плазме снижен уровень шумов потока частиц на электроды и повышено качество расчета функции распределения ионов по энергиям вблизи заземленного электрода. При моделировании взаимодействия лазерного импульса с плазмой эффект снижения уровня нефизических шумов был наиболее заметен на примере плотности электронов плазмы.

Математическое моделирование метеорологических процессов в атмосферном пограничном слое над ограниченной территорией с неоднородными свойствами

Старченко А.В.
Томский государственный университет

Разработана негидростатическая модель АПС над урбанизированной территорией с учетом тепло- и влагообмена в атмосфере. В этой модели для описания поля ветра и турбулентной структуры атмосферы использовались законы сохранения массы, импульса и энергии в дифференциальной форме, учитывающие пространственный и нестационарный характер атмосферных процессов. При этом предполагалось, что плотность воздуха зависит от давления, температуры, состава атмосферы, но вариации плотности с течением времени незначительны, и можно использовать предположение о квазистационарном характере ее изменения. В математической формулировке модели рассматриваются процессы, связанные с фазовым превращением водяного пара в атмосфере (образование дождевой, облачной влаги) и конденсацией и испарением на подстилающей поверхности. Учитывается тепловой эффект от прохождения длинноволновой и коротковолновой радиации через АПС, взаимодействие солнечного излучения с городским подслоем. В каждой приповерхностной ячейке вычислительной сетки области исследования вводится доля поверхности, занятая городскими строениями *furb*, которая, в свою очередь, делится на долю поверхности, занятой уличными каньонами (область между зданиями на уровне улиц) *fcnyn*, и долю поверхности, занятой крышами *froof*. В этой идеализации представляется, что здания воздействуют на течение горизонтальными и вертикальными поверхностями. Влияние неоднородности городской застройки в модели описывается введением дополнительных источниковых членов в основные дифференциальные уравнения модели, в том числе и в уравнения модели турбулентности. При записи балансовых граничных условий на поверхности городской застройки учитывается ее принадлежность к одной из выбранных категорий. Даны примеры применения для исследования качества воздуха в городском приземном слое АПС для г. Томска.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 07-05-01126.

Компьютерное моделирование в задачах синтеза структур плоских механических систем

Степанов А.В.
Сибирский государственный индустриальный университет

Попытки использования электронных вычислительных машин для автоматизации структурного синтеза механизмов были предприняты еще в семидесятых годах XIX столетия и, тем не менее, до настоящего времен эта задача не может считаться полностью решенной даже для плоских шарнирных систем. Причиной этому является недостаточная разработанность теории структуры механизмов, сложность алгоритмизации отдельных этапов формирования структурных схем, провал интереса к этой проблеме. Мотивацией к рассмотрению этой задачи вновь служат: принципиально новые возможности аппаратных средств, событийно-управляемая модель функционирования программных средств, объектно-ориентированный подход в разработке методов компьютерного моделирования систем.

В докладе рассматривается технология непосредственного синтеза n-звенных кинематических цепей с вращательными парами пятого класса, осуществляемая не на базе соответствующей математической модели, отображающей шаги процесса в виде уравнений, неравенств, логических условий и т.п., а на базе объектно-ориентированного подхода (ООП).

При использовании ООП создаваемая система, в данном случае структурная схема, представляется в виде совокупности объектов, каждый из которых имеет свой жизненный цикл, и формы взаимодействия с другими объектами в процессе построения системы. Компьютерные алгоритмы и процедуры служат для моделирования процесса пошагового конструирования структурной схемы кинематической цепи.

Разработанный метод компьютерного моделирования процесса построения структурных схем плоских кинематических цепей может быть использован для решения задачи поиска полного многообразия структурных схем плоских шарнирных механизмов, структурных групп нулевой подвижности (групп Ассура), зубчатых механизмов в виде плоских стержневых систем, ферм Баранова.

Дополнительные граничные условия в нестационарных задачах теплопроводности

Стефанюк Е.В., Кудинов И.В.
Самарский государственный технический университет

Возможность получения простых по форме аналитических решений краевых задач нестационарной теплопроводности является важным преимуществом методов, в которых используется модель процесса теплопроводности с учетом перемещения фронта температурного возмущения. К недостаткам относится малая точность, связанная с неточным выполнением исходного дифференциального уравнения [1]. В настоящей работе с целью повышения точности решения выбрано направление аппроксимации температуры полиномами более высоких степеней, неизвестные коэффициенты которых находятся из дополнительных граничных условий. Для их получения используется дифференциальное уравнение краевой задачи и исходные граничные условия.

Важная особенность предлагаемого метода заключается в том, что исходная задача представляется в виде двух взаимосвязанных краевых задач для уравнения Фурье. Обе задачи содержат дополнительные искомые функции, вводимые в полном соответствии с физическим смыслом исходной краевой задачи. Для первой стадии процесса (первая краевая задача) такой дополнительной искомой функцией является функция $q_1(Fo)$, обозначающая фронт температурного возмущения – глубину термического (прогретого) слоя. Для второй стадии (вторая краевая задача) в качестве дополнительной искомой функции принимается температура в центре тела $\Theta(1, Fo) = q_2(Fo)$ При этом начальным условием для второй краевой задачи является распределение температуры в конце первой стадии процесса первой краевой задачи.

Используя такой метод, были получены аналитические решения задач теплопроводности с переменными во времени коэффициентами теплоотдачи, с переменным по пространственной координате начальным условием, с переменным во времени источником теплоты, нелинейных задач теплопроводности и других задач. Решения имеют простой вид степенных алгебраических полиномов с коэффициентами, экспоненциально стабилизирующимися во времени. Полиномиальная зависимость температуры от пространственной координаты позволяет исследовать нестационарный процесс в полях изотермических линий, а также выполнять анализ скоростей движения изотерм.

О моделировании фракталов в среде Delphi

Танхасаев А.В.
Бурятский государственный университет

Наука о фракталах оформилась в отдельную область математики в начале 70-х годов 20 века, началом этого процесса принято считать появление в 1977 году книги [1].

Геометрические фракталы.

В двухмерном случае их получают с помощью некоторой ломаной (или поверхности в трехмерном случае) называемой генератором.

Алгебраические фракталы.

Получают их с помощью нелинейных процессов в n-мерных пространствах. Известно, что нелинейные динамические системы обладают несколькими устойчивыми состояниями. Таким образом фазовое пространство системы разбивается на области притяжения аттракторов.

Создана программная компонента – "Фракталы" для комплекса "Планиметр-Стереометр". Алгоритмы построения фракталов реализованы в координатной форме и с применением динамической "черепашьей" геометрии (используется в среде MSWLogo).

При использовании элементов динамической геометрии используются 2 базовых процедуры. FD(x) – движение вперед на x позиций по направлению, заданному глобальной переменной. RT(x) – поворот курсора на x градусов по часовой стрелке. Применение данного метода делает код лаконичным. К примеру триадная кривая Коха строится по следующей процедуре:

```
procedure tform1.koh(var n:integer;var l:real);
var n1:integer;     l1:real;           label q1;
begin
 if n<1 then begin s:=s+l;fd(l);inc(kol1); goto q1;end; n1:=n-1;l1:=l/3;
 koh(n1,l1);rt(-60); koh(n1,l1);rt(120); koh(n1,l1);rt(-60); koh(n1,l1);
 q1:end;
```

ЛИТЕРАТУРА

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002, - 656 стр.

Итерационные алгоритмы нахождения спектра компактных, частично симметричных операторов в гильбертовом пространстве

Тараканов В.И., Юрчишина М.В., Никифоров И.В., Лысенкова С.А.
Сургутский государственный университет

Рассматриваются итерационные алгоритмы нахождения спектра частично симметричных, компактных операторов и линейных пучков таких операторов в гильбертовом пространстве, а также вопросы селективного анализа спектра.

Сходимость этих итерационных алгоритмов доказана в [1]. Их численная апробация производится на решении некоторых задач теории устойчивости, в которых рассматривается статическая и резонансная неустойчивость, неустойчивость параметрического резонанса элементов конструкций. На основе численной реализации этих задач показана практическая работоспособность предлагаемых алгоритмов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тараканов В.И. Уравнения с компактными операторами в гильбертовом пространстве и итерационные алгоритмы их решения. – Томск: ТПУ, 2007. – 251с.

Численный анализ стабилизации решений для уравнений нестационарной двухфазной фильтрации

Телегин И.Г., Бочаров О.Б.
Научно-исследовательский и проектный институт
"КогалымНИПИнефть",
Институт водных и экологических проблем СО РАН

При изучении вытеснения нефти водой из пористых коллекторов с учетом влияния капиллярных сил наиболее часто используется модель Маскета-Леверетта (МЛ модель) [1]. Эксплуатация месторождений происходит в течении многих десятков лет. Поэтому прогнозный анализ методов разработки требует расчетов на длительный промежуток времени. В этой ситуации возникает задача исследования асимптотического поведения решений соответствующих начально-краевых задач. В данной работе численно исследуются вопросы о скорости сходимости в целом в области и во внутренних точках, влияние порядка аппроксимации разностной схемы на эффективность выхода решения на стационарный режим для различных видов решений.

Результаты расчетов показывают, что сходимость нестационарных решений к стационарным зависит, прежде всего от начального приближения и от порядка разностной схемы, использовавшейся для расчета. Сходимость имеет степенной характер. При различных значениях параметров решение может иметь или не иметь участок, где решения выходят на $u(x) \equiv 0$ или $u(x) \equiv 1$. При немонотонных начальных приближениях стационарные решения также могут иметь немонотонный вид.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. Новосибирск: СО Наука, 1983. 316 с.

О задании граничных условий сплайн - аппроксимации функции с заданными свойствами

Федорова О.П., Кулиш О.В., Шевченко У.В.
Томский государственный университет

Рассматривается задача приближения функции $f(x), x \in D, D \subset R^n$.

Для решения задачи используется приближение сплайнами так, чтобы значения определенного интеграла по области задания приближаемой функции и сплайна совпадали. Для одномерного случая коэффициенты сплайна находятся из системы $\sum_{p=i-1}^{i+2} z_p \int_{x_i}^{x_{i+1}} B_p(x)dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)dx$, а для двумерного - $\sum_{p=i-1}^{i+2} \sum_{q=j-1}^{j+1} z_{p,q} \int_{x_i}^{x_{i+1}} B_p(x)dx \int_{y_j}^{y_{j+1}} B_q(y)dy = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{y_j}^{y_{j+1}} f(x,y)dxdy$.

Изучаются различные способы задания дополнительных условий для получения решения.

Показано, что если функция $f(x) \in C^2[D]$ и сплайн - кубический дефекта 1, то выполняется оценка $\|f(x) - S(x)\| \leq \frac{19}{96}\bar{h}^2\Omega$, где $\Omega = \max\{\omega(f''), \omega(S'')\}$. Если рассматривать сплайн, как плотность некоторого распределения, то для первого начального момента $\mu_1 = \int_D S(x)dx$ в случае равноотстоящих узлов получено выражение:

$$\mu_1 = \sum_{i=0}^{n-1}\left(z_{i-1}\left(\frac{h^2}{120} + \frac{x_i h}{24}\right) + z_i\left(\frac{11h^2}{60} + \frac{11x_i h}{24}\right)\right) +$$

$$\sum_{i=0}^{n-1}\left(z_{i+1}\left(\frac{11h^2}{40}+\frac{11x_i h}{24}\right)+z_i\left(\frac{h^2}{30}+\frac{x_i h}{24}\right)\right).$$

Приводятся результаты численных экспериментов, приближения функции одной и двух переменных.

Сравнение высокоскоростных итерационных методов решения эллиптических СЛАУ

Фомина Л.Н.
Кемеровский государственный университет

Математическая постановка современных краевых задач гидродинамики и тепломассопереноса зачастую представляет собой систему так называемых «жестких» уравнений, дискретизация которых приводит к СЛАУ с плохообусловленной матрицей. Решение подобных систем, сопряжено с объективными трудностями. В настоящем исследовании на примере решения тестовых задач, взятых из [1] и обладающих этими трудностями, сравниваются следующие высокоскоростные итерационные методы: стабилизированный метод бисопряженных градиентов [1], модифицированный полинейный [2] и полинейный рекуррентный методы [3].

Вычислительный эксперимент показал, что для задач с «хорошими» матрицами, которые характеризуются относительно небольшими числами обусловленности, методы [2,3] продемонстрировали более высокую эффективность по отношению к стабилизированному методу бисопряженных градиентов. Любопытно, что наиболее эффективная реализация стабилизированного метода бисопряженных градиентов использует итерационный параметр. А это, в свою очередь, приводит к потере одного из основных преимуществ методов вариационного типа, которые, в общем случае не требуют оптимизации итерационного параметра. И, наконец, при решении сложных задач с плохо обусловленными матрицами желательно иметь в арсенале несколько мощных разностных методов, что, безусловно, повышает вероятность их успешного решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van der Vorst H. A. BI-CGSTAB: a fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of nonsymmetric linear systems // SIAM J. Sci. Stat. Comput., 1992, vol. 13, № 2.– pp. 631-644.

2. Зверев В.Г. Модифицированный полинейный метод решения разностных эллиптических уравнений // ЖВМ и МФ, 1998, Т. 38, № 9. — С. 1553-1562.

3. Фомин А.А., Фомина Л.Н. Полинейный рекуррентный метод решения разностных эллиптических уравнений // Кемерово: КемГУ, 2007, 78с. – Деп. в ВИНИТИ 06.04.2007, № 385-В2007.

О некоторых задачах вычислительной геометрии в задачах управления динамическими системами в условиях неопределенности

Ширяев В.И.
Южно-Уральский Государственный Университет

Рассматривается подход к решению задач управления, объединяющий идеи Н.Н. Красовского [1], А.А. Красовского [2]. Работа продолжает исследования [3].Пусть в линейном приближении модель движения и измерения задаются системой вида

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k, \quad y_{k+1} = Gx_k + Hv_k, \ k=0,1,..., \qquad (1)$$

где векторы x_k, u_k, y_k - соответственно, состояния, управления и измерения. Начальное состояние x_0 и векторы w_k, v_k возмущений и помех, известные с точностью до множеств X_0, W, V. Для решения задачи оценивания разработаны алгоритмы построения информационных множеств

$$X_{k+1} = X_{k+1/k} \cap X\left[y_{k+1}\right], \ k = 0,1...,.$$

$$X_{k+1/k} = AX_k + Bu_k + W_k, \ X\left[y_{k+1}\right] = \left\{x \middle| Gx + v = y_k, v \in V \ \right\}.$$

На множестве $X_{k+1}, k = 0,1,...,N-1$ производится выбор управления u_k, $k = 0,1,...N-1$ для достижения целей управления [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н., Куржанский А.Б., Кибзун А.И. Современные проблемы оптимизации и устойчивости неопределенных и стохастических систем// Автоматика и телемеханика, 2007. – №10. – С. 3-4.

2. Красовский А.А., Наумов А.И. Аналитическая теория самоорганизующихся систем управления с высоким уровнем интеллекта// Изв. АН. Теория и системы управления, 2001. – №1. – С. 69-75.

3. Ширяев В.И. Синтез управления линейными системами при неполной информации// Изв. РАН. Техн. Кибернетика, 1994. – №3.- С. 229-237.

Об одном методе решения нелинейной задачи при проектировании горных предприятий

Шкредова Н.С., Гаврилов Б.И.
Сибирский государственный индустриальный университет

Выбор оптимальных параметров угольных шахт следует осуществлять комплексно уже при проектировании шахт. Одними из параметров, подлежащих оптимизации, являются сечения сети горных выработок. Сеть горных выработок представляет собой ориентированный граф. Главнейшими из расходов, которые учитываются при определении оптимальных сечений выработок, являются затраты на проведение и поддержание выработок. При увеличении размеров сечений выработок, затраты на их проведение и поддержание пропорционально увеличиваются. При изменении величины сечений следует учитывать, что общешахтная депрессия по каждой отдельной цепи, выбранной из сети выработок, не должна превышать регламентированный уровень общешахтной депрессии $H_р$, мм вод. ст. Кроме того, сечение каждой выработки сети не должно выходить за рамки диапазона, выбранных для неё по техническим соображениям, типоразмеров. Сечения сети выработок будут оптимальными, если они удовлетворяют перечисленным выше требованиям и затраты на их проведение и поддержание будут минимальны. В математической постановке задача является задачей нелинейного программирования с минимизируемой линейной сепарабельной функцией и нелинейными сепарабельными функциями в ограничениях, образующими выпуклое множество допустимых решений. Путем введения кусочно-линейной аппроксимации функций, задача сводилась к задаче линейного программирования. Однако при этом значительно увеличивалась размерность задачи, что создавало трудности при практической реализации алгоритма.

Путем преобразования функций в ограничениях удалось выбрать кусочно-линейную аппроксимацию таким образом, что приближенная задача линейного программирования имеет столько же переменных, сколько и исходная нелинейная задача. Это существенно уменьшает размерность задачи и делает ее доступной для оперативного решения на ПК. Предлагаемую методику можно использовать как при проектировании новых, так и при реконструкции действующих шахт.

Обобщенная модель линейной регрессии

Щелканов Н.Н.
Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН

Предложена новая обобщенная формула, позволяющая находить коэффициент K_1 регрессии линейного уравнения $Y = K_0 + K_1X$ для общего случая, когда разброс точек в корреляционной связи величин X и Y обусловлен как их случайными погрешностями измерений, так и неконтролируемыми физическими факторами. Эта формула имеет вид [1]

$$K_1 = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \cdot \frac{A}{B} \cdot [\frac{1}{2 \cdot \rho_{XY}} \cdot (\frac{B}{A} - \frac{A}{B}) \pm \sqrt{\frac{1}{4 \cdot \rho_{XY}^2} \cdot (\frac{B}{A} - \frac{A}{B})^2 + 1}], \qquad (1)$$

где $A = \sqrt{1 - |\rho_{XY}| \cdot \sqrt{\frac{1 - \delta_X^2/\sigma_X^2}{1 - \delta_Y^2/\sigma_Y^2}}}$, $B = \sqrt{1 - |\rho_{XY}| \cdot \sqrt{\frac{1 - \delta_Y^2/\sigma_Y^2}{1 - \delta_X^2/\sigma_X^2}}}$, $\qquad (2)$

σ_X и σ_Y – среднеквадратические отклонения величин X и Y, ρ_{XY} – коэффициент корреляции между X и Y, δ_X и δ_Y – случайные среднеквадратические погрешности измерения X и Y для рассматриваемого массива данных.

Показано, что все известные выражения [2] для коэффициентов регрессии являются частными случаями полученной формулы. Определены условия использования известных выражений.

Практическое использование обобщенной формулы показало, что она позволяет получать устойчивые, достоверные и физически корректные значения коэффициентов регрессии. Полученная формула представляет интерес для специалистов, занимающихся обработкой экспериментальных данных, и может быть использована для их корректной физической интерпретации, независимо от области знания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щелканов Н.Н. Обобщенный метод построения линейной регрессии и его применение для построения однопараметрических моделей аэрозольного ослабления // Оптика атмосферы и океана. 2005. Т.18. №1-2. С.86-90.

2. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука. Т.2. 1973. 900 с.

Управление переходными процессами в системах с ограничением координат

Яковенко П.Г.
Томский политехнический университет

Применение микропроцессорной техники для управления переходными процессами открывает широкие перспективы, но требует разработки простых алгоритмов для синтеза в реальном масштабе времени с высокой частотой управляющих воздействий. Следует использовать системный анализ и нестандартные приемы.

Разработана методика последовательного многошагового синтеза оптимальных по быстродействию управлений линейными и нелинейными системами с ограничением координат, основанная на многократном численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений. Оптимальный закон составляется из управлений, найденных во время переходного процесса для малых интервалов времени. Поиск управлений ведется последовательно с учетом нелинейностей и ограничений и координат системы, полученных при оптимальном управлении на предыдущих шагах. Методика предполагает использование методов динамического программирования и имитационного моделирования, принципов «перемены цели» и «ведущего слабого звена».

Расчет управления на шаге выполняется по разностным уравнениям методом динамического программирования. Найденное управление используется для определения на модели координат системы после выполнения пробного шага. Затем ставится задача перевода системы в равновесное состояние. Для этого в иерархической последовательности изменяются координаты системы до значений, при которых система может оставаться длительное время в равновесном состоянии. Значения координат системы анализируются, и в случае отсутствия нарушений ограничений делается вывод об оптимальности использованного на пробном шаге управления и о возможности его применения в реальной системе. Методика позволяет определять предельные динамические возможности систем с учетом технологических требований и ограничений координат, автоматизировать сложные производственные процессы.

Разработаны алгоритмы синтеза в реальном масштабе времени оптимальных управлений позиционными и следящими электроприводами, подводными аппаратами и энергетическими установками.

СЕКЦИЯ “ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА И ГИДРОГАЗОДИНАМИКА”

Методика расчета гидравлического сопротивления прямоточного циклона с промежуточным отбором

Асламова В.С., Жабей А.А.
Ангарская государственная техническая академия

Целесообразность использования того или иного пылеуловителя определяется не только его эффективностью очистки, но и гидравлическим сопротивлением. Гидравлические потери в циклоне связаны с расширением потока при входе в сепарационную камеру, затратами энергии на создание вращательного движения, потерями в выхлопной трубе. Коэффициент гидравлического сопротивления ξ и потери давления ΔP в циклоне определяют в основном экспериментально и представляют как функцию геометрических параметров и критерия Рейнольдса. Сопоставление коэффициента ξ и ΔP, рассчитанных по известным зависимостям, с экспериментальными данными прямоточного циклона с промежуточным отбором (ПЦПО) в области автомодельности по числу Рейнольдса выявило относительную ошибку более 32%. Поэтому целесообразно разработать методику расчета ξ и гидравлического сопротивления ΔP для ПЦПО. В методике расчет гидравлического сопротивления кольцевых диффузорных участков сепарационной камеры выполнен на основе характеристик пограничного слоя. Толщина вытеснения δ^* в выходном сечении кольцевого диффузора определялась из уравнения, полученного на основе интегрального уравнения Кармана:

$$\overline{\delta}_2^* \approx \overline{\Delta}_2^* = B\frac{\left(1-\overline{d}_2^2\right)^{3,34}\left(1-\overline{\Delta}_2^*\right)^{3,34}}{(1-\overline{d}_2)\left(1-\overline{d}_1^2\right)^{0,2}}\left[\int_0^1 \frac{d\overline{x}}{\left\{\left[1-\overline{d}_1^2\right]\left[1+\overline{x}\left(\frac{\overline{d}_2}{\overline{d}_1}-1\right)\right]^2\right\}^{3,92}\left(1-\sqrt{\overline{x}}\cdot\overline{\Delta}_2^*\right)^{3,92}}\right]^{0,8},$$

где $\overline{\Delta}_2^*$, $\overline{x}$, $\overline{d}_1$, $\overline{d}_2$ – относительные условная площадь вытеснения в выходном сечении, расстояние от входного сечения, внутренние диаметры на входе и выходе кольцевого диффузора. Интеграл вычислен по методу Симпсона. Для уточнения значения $\overline{\Delta}_2^*$ использовался метод простой итерации. Закрученность потока учитывалась введением дополнительного коэффициента. Погрешность предлагаемого метода расчета гидравлического сопротивления циклона не более 8,6 % по сравнению с экспериментальными данными.

Детерминированно-вероятностный прогноз лесной пожарной опасности

Барановский Н.В.
ОСП НИИ прикладной математики и механики
Томского государственного университета

Лесные пожары наносят экологический и экономический ущерб лесному фонду отдельных государств и планеты в целом. Актуальной задачей является прогноз лесной пожарной опасности. Известны и широко применяются системы прогноза лесной пожарной опасности: канадская, американская, европейская [1]. В России используется критерий Нестерова. В последнее время разработан и интенсивно развивается детерминированно-вероятностный метод прогноза лесной пожарной опасности [2]. В настоящей работе представлены версии критерия, которые учитывают сценарии, как совместного, так и несовместного действия антропогенной нагрузки и грозовой активности. Кроме того, критерий учитывает метеоданные и включает подсистемы моделирования процессов сушки и зажигания лесного горючего материала (ЛГМ).

Исследовано влияние метеоусловий, антропогенной нагрузки и грозовой активности на вероятность возникновения лесных пожаров. Разработаны подсистемы прогноза числа лесных пожаров и вероятности перехода лесного пожара в городской. Основная трудность в практическом использовании настоящей методики состоит в необходимости привлекать информацию о начальном влагосодержании ЛГМ. Поэтому в последнее время была разработана версия методики [3], которая основана на критерии Нестерова [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Viegas D. X., Bovio G., Ferreira A., Nosenzo A., Sol B. Comparative Study of Various Methods of Fire Danger Evaluation in Southern Europe // International Journal of Wildland Fire. – 1999. – Vol. 9, № 4. – Pp. 235 – 246

2. Барановский Н.В. Математическое моделирование наиболее вероятных сценариев и условий возникновения лесных пожаров. Дисс. … канд. физ.-мат. наук. Томск: Томский государственный университет. 2007. 153 с.

3. Барановский Н.В. Методика прогнозирования лесной пожарной опасности как основа нового государственного стандарта // Пожарная безопасность. – 2007. – № 4. – С. 80–84.

4. Нестеров В.Г. Горимость леса и методы ее определения. – Л.: Гослесбумиздат, 1949. – 76 с.

Зажигание слоя лесного горючего материала и мониторинг лесной пожарной опасности

Барановский Н.В., Кузнецов Г.В.
ОСП НИИ прикладной математики и механики
Томского государственного университета
Томский политехнический университет

В результате лесных пожаров уничтожается лесной фонд государства и происходит загрязнение атмосферы продуктами пиролиза и горения лесных горючих материалов (ЛГМ). Важное значение имеет прогноз лесной пожарной опасности. Известные в мире методики оценки лесной пожарной опасности (канадская, американская, европейская [1], критерий Нестерова [2]) используют главным образом метеоданные. Однако главное значение в формировании лесной пожарной опасности имеют процессы сушки и зажигания ЛГМ. Нагретые до высоких температур частицы металлов и неметаллов являются одними из причин возникновения пожаров. В настоящей работе рассматривается 2D-постановка задачи о зажигании слоя ЛГМ одиночной нагретой до высоких температур частицей. Предполагается, что слой ЛГМ не содержит влаги. Данное предположение справедливо для сценария катастрофической пожарной опасности, который реализуется в засушливые периоды. Вероятность возникновения таких условий увеличивается в связи с глобальным потеплением климата. В результате численного моделирования получено распределение температуры в системе слой “ЛГМ-частица-газовая смесь”, а также распределение окислителя, горючих и инертных компонент в газовой фазе. Определены времена задержки воспламенения. Настоящие результаты могут быть использованы для дальнейшего развития системы прогноза лесопожарных возгораний с учетом антропогенной нагрузки и грозовой активности [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Viegas D. X., Bovio G., Ferreira A., Nosenzo A., Sol B. Comparative Study of Various Methods of Fire Danger Evaluation in Southern Europe // International Journal of Wildland Fire. – 1999. – Vol. 9, № 4. – Pp. 235 – 246

2. Нестеров В.Г. Горимость леса и методы ее определения. – Л.: Гослесбумиздат, 1949. – 76 с.

3. Кузнецов Г.В., Барановский Н.В.. Детерминированно-вероятностный прогноз лесопожарных возгораний // Пожаровзрывобезопасность. – 2006. – Т. 15, № 5. – С. 56–59.

Математическое моделирование зажигания хвойного дерева наземным грозовым разрядом

Барановский Н.В., Кузнецов Г.В.
ОСП НИИ прикладной математики и механики
Томского государственного университета
Томский политехнический университет

Одной из причин возникновения лесных пожаров являются наземные грозовые разряды [1]. Разработаны детерминировано-вероятностные критерии оценки лесной пожарной опасности [2,3]. Однако физический механизм зажигания дерева наземным грозовым разрядом не учитывается.

Цель исследования – математическое моделирование зажигания хвойного дерева (сосны) наземным грозовым разрядом (характеризуются полярностью, напряжением, силой тока и продолжительность действия [4]). Рассматривается следующая физическая модель. В дерево ударяет наземный грозовой разряд с определенными характеристиками. Предполагается, что параметры электрического тока одинаковы во вех горизонтальных сечениях, а ток протекает в подкорковой зоне. Происходит разогрев древесины ствола за счет Джоулева тепла и при достижении определенных критических значений теплового потока к поверхности зажигания и ее температуры дерево зажигается. Задача решена в одномерной постановке в цилиндрической системе координат. В результате исследования определены условия зажигания хвойного дерева наземным грозовым разрядом в типичном диапазоне изменения значений параметров разряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pew K.L., Larsen C.P.S. GIS analysis of spatial and temporal patterns of human-caused wildfires in the temperate rain forest of Vancouver Island, Canada // Forest Ecology and Management. – 2001. – Vol. 140, № 1. – Pp. 1–18.
2. Кузнецов Г.В., Барановский Н.В.. Детерминированно-вероятностный прогноз лесопожарных возгораний // Пожаровзрывобезопасность. – 2006. – Т. 15, № 5. – С. 56–59.
3. Барановский Н.В. Влияние антропогенной нагрузки и грозовой активности на вероятность возникновения лесных пожаров // Сибирский экологический журнал. – 2004. – № 6. – С. 835–842.
4. Burke C.P., Jones D.L. On the polarity and continuing current in unusually large lightning flashes deduced from ELF events // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. – 1996. – Vol. 58. – Pp. 531–548.

Движение электролита в магнитном поле

Бубенчиков М.А.
Томский государственный университет

В работе рассмотрен класс автомодельных задач [1] о течении вязкой несжимаемой среды, составленной анионами, катионами и нейтральными частицами в круглых трубах и пространстве между круговыми цилиндрами со смещенными осями образующих цилиндров при наличии аксиального движения среды и внешнего поперечного однородного магнитного поля. Указанное поле индуцирует неоднородную аксиальную составляющую магнитной индукции и поперечные составляющие электрического поля, вызывающие токи, идущие в поперечном же направлении (продольный ток в условиях автомодельности течения невозможен).

При моделировании движения заряженных частиц учтены конвенция, диффузия и миграция таких частиц, возникающая под действием электрических и магнитных полей [2]. Обезразмеренная система определяющих стационарный процесс эллиптических уравнений интегрируется численно с использованием двухсторонних симметричных разностей для производных и итерационных процедур Гаусса-Зейделя. Численный алгоритм тестируется на точных решениях о течении непроводящей среды и экспериментальных данных о МГД-течениях в каналах [3]. Изучается влияние параметров зарядности ионов и чисел Гартмана на характер разделения ионов в потоке электролита под действием внешних магнитных полей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 848 с.
2. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. – М.: Физ.-мат. лит., 1959. – 700 с.
3. Тананаев А.В. Течения в каналах МГД-устройств. – М.: Атомиздат, 1979. – 368 с.

Исследование устойчивости вибрационного конвективного течения в плоском слое

Варушкина Е.В., Перминов А.В.
Пермский государственный технический университет

Рассматривается бесконечный слой вязкой жидкости, ограниченный твердыми поверхностями. Вдоль границ слоя задается постоянный градиент температуры. Слой совершает высокочастотные вибрации перпендикулярно границам. Частоты вибраций таковы, что длина возбуждаемой акустической волны больше толщины слоя. В работе [1] показано, что в этом случае необходимо учитывать слабую сжимаемость жидкости. Учет сжимаемости приводит к появлению дополнительного механизма генерации термовибрационного конвективного течения.

Для горизонтального слоя (поле тяжести перпендикулярно слою) аналитически получены распределения скорости и температуры основного плоскопараллельного течения жидкости. Показано, что эффекты, связанные со слабой сжимаемостью жидкости наиболее заметны в условиях микрогравитации. В невесомости для данной системы невозможно квазиравновесное состояние, которое получается из обычных уравнений термовибрационной конвекции Зеньковской-Симоненко [2]. Осредненная скорость конвекции имеет четный профиль. В центральной части слоя жидкость движется вдоль градиента температуры, а вдоль стенок возникает возвратное погранслойное течение. Включение и дальнейшее увеличение гравитационного поля приводит к перестройке четного профиля скорости к кубическому профилю, характерному для адвективного движения. Далее в работе исследуется устойчивость плоскопараллельного термовибрационного конвективного течения жидкости с учетом ее сжимаемости в условиях микрогравитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Любимов Д.В. Тепловая конвекция в акустическом поле. – Изв. РАН. МЖГ. – 2000.– №2. – 28–36 с.

2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. – М.: Наука. 1989. – 320 с.

Энергетический анализ нелинейной устойчивости течения Куэтта неравновесного молекулярного газа

Григорьев Ю.Н., Ершов И.В.
Институт вычислительных технологий СО РАН,
Новосибирская государственная академия водного транспорта

В [1] для оценки влияния объемная вязкость на развитие возмущений исследовалось сжимаемое течение Куэтта, возмущенное наложением вихря Рэнкина. Результаты расчетов показали, что в реально достижимом диапазоне значений объемной вязкости диссипативный эффект достаточно существен и составляет примерно 10%. Однако результаты [1], где рассматривались чисто затухающие возмущения, позволяют лишь косвенно судить о степени влияния объемной вязкости на переход. Зависимость критического числа Рейнольдса перехода Re_t от объемной вязкости можно получить на основе энергетической теории глобальной гидродинамической устойчивости [2]. Получаемые на основе этого уравнения значения критериев устойчивости имеют смысл предельных оценок снизу и не всегда близки к экспериментальным данным. Тем не менее, в настоящее время этот подход дает единственную возможность учесть нелинейную стадию потери устойчивости. Однако возникающие здесь трудности математического характера, связанные с существенной нелинейностью полных уравнений Навье-Стокса, до настоящего времени преодолеть не удавалось [2].

В докладе в рамках энергетической теории рассматривается устойчивость сжимаемого течения Куэтта с линейным профилем скорости. С использованием определенных упрощений для него удается до конца решить соответствующую вариационную задачу и получить явную зависимость $\mathrm{Re_c}$ от объемной вязкости.

Работа была поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований (проекты № 05-01-00359 и № 08-01-00116).

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Подавление вихревых возмущений релаксационным процессом в молекулярном газе // ПМТФ. – 2003. – Т.44, №4. – С. 22–34.
2. Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости. – М.: Мир, 1981. – 540 с.

Тензор напряжений сплошной среды не симметричен

Джакупов К.Б.
Казахский национальный университет им. Аль-Фараби

Ошибочное положение о симметричности тензора напряжений $p_{xy}=p_{yx}, p_{yz}=p_{zy}, p_{zx}=p_{xz}$, выводится в [1] из неверного выражения

$$\vec{r}\times\rho d\vec{v}/dt-\vec{r}\times\rho\vec{F}-\partial(\vec{r}\times\vec{p}_x)/\partial x-\partial(\vec{r}\times\vec{p}_y)/\partial y-\partial(\vec{r}\times\vec{p}_z)/\partial z=0 \qquad (1)$$

Для доказательства приведем закон изменения моментов импульса

$$d\sum_i\vec{r}_i\times m_i\vec{v}_i/dt=\sum_i\vec{r}_i\times m_i\vec{F}_i+\oiint_{\sigma_{\delta\tau}}\sum_k\vec{r}_{\sigma k}\times\vec{p}_{nk}\sigma_k\ , \qquad (2)$$

$\sigma_{\delta\tau}$ – поверхность объема $\delta\tau$, $\vec{p}_{nk}\sigma_k$ - поверхностная сила, действующая на площадку $\sigma_k\in\sigma_{\delta\tau}, \vec{p}_n\delta\sigma=\sum_k\vec{p}_{nk}\sigma_k, \delta\sigma=\sum_k\sigma_k$, m_i -масса i-ой частицы, $\delta m=\sum_i m_i=\rho\delta\tau$, $\vec{F}_i$ -сила, $\vec{v}_i=d\vec{r}_i/dt$. Между $\vec{r}$ в (1) и $\vec{r}_i$ в (2) имеет место связь $\vec{r}_i=\vec{r}+\vec{r}_i\,'$, $\vec{v}_i=\vec{v}+\vec{v}_i\,'$. Подставив их в (2), после необходимых преобразований найдем

$$\vec{r}\times\rho d\vec{v}/dt-\vec{r}\times\rho\vec{F}-\partial(\vec{r}\times\vec{p}_x)/\partial x-\partial(\vec{r}\times\vec{p}_y)/\partial y-\partial(\vec{r}\times\vec{p}_z)/\partial z=$$

$$= -\frac{1}{\delta\tau}[\frac{d}{dt}(\vec{r}\times\sum_i m_i\vec{v}_i{}') + \frac{d}{dt}\sum_i(\vec{r}_i{}'\times m_i\vec{v}) + \frac{d}{dt}\sum_i(\vec{r}_i{}'\times m_i\vec{v}_i{}')] +$$

$$+\frac{1}{\delta\tau}[\sum_i(\vec{r}_i{}'\times m_i\vec{F}_i) + \oiint_{\sigma_{\delta\tau}}\sum_k(\vec{r}_{\sigma k}{}'\times\vec{\pi}_{nk}\sigma_k)] \neq 0\ ,$$

что требовалось доказать. Тензор напряжений сплошной среды несимметричен: $p_{xy} \neq p_{yx}, p_{yz} \neq p_{zy},\ \ p_{zx} \neq p_{xz}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973 г. – 847 с.

Уравнения динамики вязкой жидкости с несимметричным тензором напряжений

Джакупов К.Б.
Казахский национальный университет им. Аль-Фараби

Гипотеза Стокса $\pi_c = -(p + 2/3\mu div\vec{v}) + 2\mu\dot{S}$ противоречит закону трения Ньютона $\tau = \mu\partial u/\partial n$, потому что основана на ошибочной теории о симметричности тензора напряжений. Закон трения Ньютона приводит к *несимметричному* тензору напряжений вязкой жидкости $\pi_H = -(p + 1/3\mu div\vec{v}) + \mu\overline{S}$, где нормальные напряжения равны $\pi_{iiH} = -\left(p + 1/3div\vec{v}\right) + \mu\partial v_i/\partial x_i,\ i = 1,2.3$, касательные напряжения даются по закону Ньютона $\pi_{ijH} = \mu\partial v_j/\partial x_i \neq 0,\ \ \pi_{jiH} = \mu\partial v_i/\partial x_j \neq 0,\ i \neq j\ ,\ i, j=1,2,3.$ В декартовых координатах новые уравнения динамики вязкой жидкости имеют вид:

$$\rho(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + u\frac{\partial\vec{v}}{\partial x} + v\frac{\partial\vec{v}}{\partial y} + w\frac{\partial\vec{v}}{\partial z}) + \nabla p =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(\mu\frac{\partial\vec{v}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu\frac{\partial\vec{v}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu\frac{\partial\vec{v}}{\partial z}) - \frac{1}{3}\nabla(\mu div\vec{v}) + \rho\vec{F}\ ,$$

уравнение баланса энергий:

$$\rho c_v dT/dt = div(\lambda\nabla T) - pdiv\vec{v} - 1/3\mu(div\vec{v})^2 +$$

$$+\mu[(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial u}{\partial y})^2 + (\frac{\partial u}{\partial z})^2 + (\frac{\partial v}{\partial x})^2 + (\frac{\partial v}{\partial y})^2 + (\frac{\partial v}{\partial z})^2 + (\frac{\partial w}{\partial x})^2 + (\frac{\partial w}{\partial y})^2 + (\frac{\partial w}{\partial z})^2]\cdot$$

В этих уравнениях нет равенств касательных напряжений, тензор напряжений не симметричен $\pi_{ijH} \neq \pi_{jiH}$, $i \neq j$, $i, j = 1,2,3$. Эти уравнения на 9 членов короче уравнений Навье-Стокса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джакупов К.Б. Простые разностные схемы для уравнений гидроаэро-термодинамики. – Алма-Ата: Изд-во КазНУ им. Аль-Фараби, 2004 г. – 246 с.

Моделирование работы прямоточного химического реактора с учетом кинетического фактора при горении частиц

Егоров А.Г., Сафронов А.И., Чуркина Н.В.
Тольяттинский государственный университет

В основе большинства известных моделей горения частицы алюминия, например, [1] лежит парофазная модель горения капель углеводородного топлива, учитывающая только диффузионные процессы, при условии бесконечно узкого фронта пламени вокруг частицы. При исследовании процессов с крупными частицами в среде высокого давления такая схематизация оправдана, чего нельзя утверждать в случае горения мелких частиц в среде низкого давления. Учет кинетики химических реакций как в объеме, окружающем частицу, так и на ее поверхности, становится актульным [2].

Проведены исследования процесса постепенного воспламенения и горения порошка алюминия в установке прямоточного химического реактора. Смесь порошка с воздухом подавалась под давлением в зону горения установки. Исследования проводились на основе моделирования течения смеси в химическом реакторе как двухфазной двухскоростной среды в газодинамической постановке.

Система уравнений течения двухфазной двухскоростной среды с заданными соотношениями для правых частей, начальными и краевыми условиями решалась совместно с уравнением зажигания, определяющим воспламенение зерен алюминия в каждой точке расчетной области. Задача решалась численно методом СЭЛ (совместный Эйлерово-Лагранжев метод [3]). Коэффициент теплоотдачи строился по трем составляющим процесса передачи тепла: конвективной, кондуктивной, лучистой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Клячко Л.А. // Физика горения и взрыва. – 1969. – Т.5, №3. – С. 404.
2. Кирьянов И.М., Малинин В.И., Котельников Е. И., Сухов А. В. // Химическая физика. – 1990. – Т.9, №12. – С. 1606.

3. Вычислительные методы в гидродинамике (под общ. ред. Б.Олдера и др.). – М.: Мир, 1967. – 384 с.

Гидрогазодинамика и теплоперенос при взаимодействии высокотемпературной гетерогенной струи с конструкционным материалом

Жарова И.К., Кузнецов Г.В., Маслов Е.А
Томский государственный университет
Томский политехнический университет
Томский государственный архитектурно-строительный университет

Оценка работоспособности конструкционных материалов (КМ) в условиях воздействия высокотемпературных гетерогенных струй экспериментальным путем практически невозможна в связи с многофакторным характером физических и химических процессов и очень широкими диапазонами изменения основных технологических параметров. Наиболее эффективно осуществление выбора режимов воздействия высокотемпературных гетерогенных струй на материал на основании физического и математического моделирования, что позволяет анализировать условия взаимодействия и определять параметры, характеризующие рассматриваемый процесс.

В данной работе представлены результаты математического моделирования гидрогазодинамики и теплопереноса при термомеханическом разрушении КМ под воздействием дозвуковой высокотемпературной гетерогенной струи, натекающей по нормали к поверхности пластины.

Моделирование сопряженного конвективно-кондуктивного теплопереноса при термомеханическом разрушении пластины основано на физической гипотезе о взаимодействии гетерогенной струи с поверхностью КМ в режиме трения – скольжения. Анализируемый процесс описывается системой уравнений Навье-Стокса для гетерогенной струи и уравнением теплопроводности в области с подвижной криволинейной границей для пластины. Численное решение задачи реализовано методом контрольных объемов

Анализ полученных полей скоростей и температур свидетельствуют об интенсивном прогреве КМ в узкой приповерхностной области. Предел прочности КМ при реализующихся в этой области температурах минимален, что и приводит к термомеханическому разрушению КМ при воздействии дозвуковой высокотемпературной гетерогенной струи.

Моделирование течений вязкого газа в ударном слое на удлиненных затупленных телах

Журавлева Г.С., Пилюгин Н.Н.
Институт математики, экономики и кибернетики Иркутского государственного университета
Институт механики Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

В настоящей работе рассматривается задача об определении интегральных (по поверхности тела) коэффициентов волнового сопротивления, трения, теплообмена, момента силы при обтекании неравномерным сверхзвуковым потоком вязкого газа удлиненных затупленных тел. Для защиты поверхности тела от высоких тепловых потоков в пограничный слой подается охладитель – другой газ (гелий или азот).

Система уравнений вязкого ударного слоя получается из осредненных уравнений Навье-Стокса с помощью тех же предположений, что и в [1].

Будем считать, что набегающий поток сжимаемого газа представляет собой как осесимметричное сдвиговое течение типа следа так и неравномерное течение из источника. На ударной волне будем задавать обобщенные условия Рэнкина-Гюгонио. На поверхности тела зададим условие прилипания для продольной составляющей скорости, расход газа, концентрацию вдуваемого газа и температуру [1].

Исследовалось влияние набегающего потока (следового профиля и профиля от источника) на коэффициенты трения, массообмена, тепловой поток к поверхности тела и интегральные характеристики при ламинарном, переходном и турбулентном режимах течения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ (проект 07-01-00033).

ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлева Г.С., Пилюгин Н.Н. Теплообмен и сопротивление вращающегося тела при неравномерном сверхзвуковом обтекании. – Космический вызов XXI века. Том 3. Перспективные материалы и технологии для ракетно-космической техники. Под ред. А. Берлина, И. Ассовского. – М.: ТОРУС ПРЕСС, 2007. С. 115-122.

Синергетическое моделирование структурированной турбулентности

Колесниченко А.В.
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Разработана феноменологическая модель развитой турбулентности в сжимаемой однородной среде с учетом происходящих в ней нелинейных кооперативных процессов. Исходной концепцией служит представление турбулизованного движения жидкости в виде термодинамического комплекса, состоящего из двух континуумов – подсистемы осредненного движения и подсистемы турбулентного хаоса, рассматриваемого, в свою очередь, как конгломерат вихревых структур различных пространственно- временных масштабов. Развит стохастико- термогидродинамического подход к моделированию подсистемы турбулентного хаоса, основанный на введении в модель набора случайных параметров – пульсирующих внутренних координат (типа скорости диссипации турбулентной энергии, собственных завихренностей поля пульсаций скорости, относящихся к мезомасштабным вихревым образованиям и т.п.), описывающих структуру и временную эволюцию флуктуирующего поля гидродинамических характеристик течения. Это позволило, в частности, смоделировать каскадный процесс Ричардсона-Колмогорова и также вывести кинетические уравнения типа Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК), предназначенные для описания эволюции функции распределения вероятности мелкомасштабных характеристик турбулентности. Эти уравнения служат основой при анализе марковских диффузионных процессов перехода в пространстве внутренних координат из одного стационарно- неравновесного состояния в другое в результате последовательной потери устойчивости (при росте надкритичности) подсистемой турбулентного хаоса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маров М.Я., Колесниченко А.В. Введение в планетную аэрономию. – М.: Наука, 1987. – 456 с.
2. Колесниченко А.В., Маров М.Я. Турбулентность многокомпонентных сред. – М.: Наука, 1999. – 336 с.
3. Marov M.Ya., Kolesnichenko A.V. Mechanics of turbulence of multicomponent gases. – Dordrecht, Boston, London.: Kluwer Academic Publishers, 2001. – 375 p.

Приближение узкого зазора в задаче о спонтанной закрутке в МГД-течениях с замкнутыми линиями тока

Котельникова М.С., Луговцов Б.А.
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН

В линейной постановке численно определяется область неустойчивости вязкого МГД-вихря Хилла - Шафранова по отношению к азимутальным осесимметричным возмущениям поля скорости в зависимости от числа Рейнольдса и замагниченности. Проведены исследования эволюции осесимметричных невязких МГД-течениий в идеально проводящей жидкости с круговыми линиями тока в приближении узкого зазора между двумя тороидальными поверхностями, ограничивающими область течения. В линейном приближении спектральным методом определяется область неустойчивости исходного стационарного течения относительно азимутальных возмущений. В области неустойчивости численно определяется возникающее в результате эволюции начальных возмущений вторичное течение с учетом нелинейности. Определяется область параметров, при которых возникает спонтанная закрутка.

Исследование аэродинамики городского подслоя

Нутерман Р.Б., Старченко А.В.
Томский государственный университет

Численное моделирование турбулентных течений играет одну из ключевых ролей для корректного предсказания аэродинамических характеристик. Не смотря на то, что «k-ε» модель турбулентности обладает некоторыми хорошо известными недостатками, она широко распространена среди прогностических моделей городской аэродинамики. Для исследования эффективности различных моделей в данной работе рассматривается три типа замыкания турбулентности с позиции точности моделирования течения и расчётных затрат: «k-ε» модель с замыкающими соотношениями Буссинеска, двухпараметрическая модель с нелинейными соотношениями для вихревой вязкости и дифференциальная модель переноса напряжений Рейнольдса.

Вычислительная процедура основана на методе конечного объёма и явном методе неполной факторизации Булеева для решения сеточных уравнений. Для дискретизации адвективных членов используется MLU схема Ван Лира. Согласование полей скорости и давления осуществляется на основе процедуры SIMPLE. Расчёт параметров потока в областях со сложной геометрией выполняется на основе метода фиктивных областей.

Результаты параметрических расчётов и численных экспериментов показывают, что «k-ε» модель с нелинейными соотношениями для вихревой вязкости хорошо предсказывает двумерные течения и параметры потока в застойных областях, где обычно фиксируются завышенные значения генерации кинетической энергии турбулентности при моделировании с помощью обычной «k-ε» модели. Однако она не даёт существенных преимуществ для описания сложных трёхмерных нестационарных эффектов. С другой стороны в процессе расчёта по этой модели отсутствует численная неустойчивость, как, например, в случае использования дифференциальной модели для напряжений Рейнольдса. Предложены различные схемы параметризации городской растительности и изучено влияние механической турбулентности генерируемой движущимся автотранспортом на городскую аэродинамику.

Работа выполнена при финансовой поддержке INTAS № 06-1000016-5928 и гранта РФФИ № 07-05-01126.

Ещё раз о физике аномалий

Пинчук А.В., Пинчук В.А.
Научно-технический центр «Протей»
Балтийский государственный технический университет

История науки богата примерами, когда интересующая исследователей, значимая с практической точки зрения проблема (объект) в рамках общепринятых, в конкретный исторический момент времени, физических воззрений оказывается необъяснимой (аномальной) и когда лишь выход за пределы традиционных ограничений ведёт к её решению. Отмеченная ситуация свойственна в том числе и физике XXI века. Состояние разработки проблемы шаровой молнии (ШМ) наилучшим образом соответствует такой ситуации.

Шаровая молния – природное материальное образование, совокупное обоснование наблюдаемых проявлений которого в рамках общепринятых физических воззрений до сих пор не сформулировано и развито лишь в виде многочисленных, в общем равноправно существующих, гипотез с ограниченными разрешающими возможностями. Сложившаяся ситуация, несомненно, свидетельствует в пользу исключительной сложности шаровой молнии как объекта исследований. Вместе с тем, она неоспоримо указывает и на существование принципиальных ограничений в разрешающих возможностях методов исследований, базирующихся лишь на традиционной физической основе.

Известны разработки, направленные на формирование модельных представлений о ШМ, как материальном образовании с аномальными характеристиками, на основе выходящих за рамки традиционных физических воззрений. Следует признать, однако, что развиваемый подход до сих пор не получил должного распространения и требует, таким образом, дополнительного разъяснения и развития в том числе и в части обоснования общих особенностей базовых для формирования модели ШМ физических положений. Совокупно отмеченное и определяет, по существу, содержание настоящей работы.

В докладе обосновываются, в том числе, и фундаментальный характер положений, формируемых в рамках развиваемого подхода, широкие возможности их использования для иных научных и практических приложений.

Разработка тепло-гидравлической модели работы контурной тепловой трубы

Пиюков С.А., Ташланов В.В.
ПО "Полет" – филиал ФГУП ГКНПЦ имени М.В. Хруничева

В данной работе рассмотрена тепло - гидравлическая модель работы (теплопроизводительности) контурной тепловой трубы (КТТ) при ламинарном и турбулентном режимах течения теплоносителя.

Представим схему КТТ в схематическом стилизованном виде:

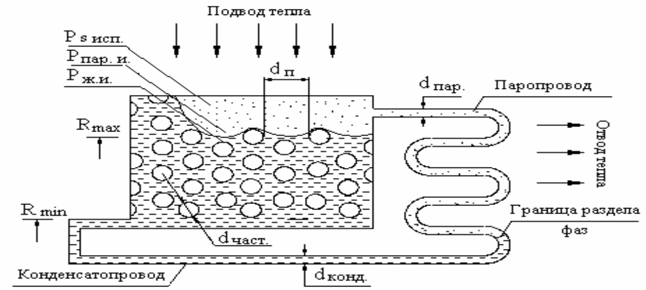


Рис. – Схема, поясняющая физические параметры КТТ

Рассмотрим основные физические процессы, последовательно протекающие в разных участках КТТ: зона испарения, зона переноса пара, зона конденсации пара и зона переноса конденсата.

Примем давление пара над искривленной поверхностью мениска в зоне испарения $\overline{P}_1$, а в зоне конденсации $\overline{P}_2$. Для любого режима течения (n =0 – ламинарное, $n > 0$ – турбулентное) имеем:

$$\Delta P = \overline{P}_1 - \overline{P}_2 = \left(\frac{32 \cdot \eta_n \cdot V_n}{d_n^2} + \frac{n \cdot \rho_n \cdot V_n^2}{d_n} \right) \cdot L_n$$

На основе уравнений тепловых и гидравлических балансов, после вычислений, получим выражение теплопроизводительности КТТ:

$$Q = \frac{\Delta T}{T_{ИСП}} \times r^2 \rho_П / [\frac{\rho_П}{\rho_Ж} \times (\frac{32 \upsilon_Ж}{F_Ж d_Ж^2} \times L_Ж + \frac{\upsilon_Ж}{K_{ПР} F_Ж} r_{КПС}) + \frac{32 \upsilon_П}{F_П d_П^2} L_П]$$

Структурно-параметрическая идентификация модели гальванического процесса в условиях гидромеханического активирования

Русанов В.А., Рожков Д.М., Бойков А.В., Шишкин Г.М.
Институт динамики систем и теории управления СО РАН
Иркутская государственная сельскохозяйственная академия

Разработан новый подход к решению задачи структурно-параметрической идентификации уравнений динамики электролитического процесса в условиях гидромеханического активирования на основе теории реализации управленческих динамических систем в классе линейных конечномерных автономных дифференциальных моделей с программным управлением. Предложен численный метод решения задачи апостериорного моделирования динамики гальванического процесса и расчет оптимальных режимов при восстановлении изношенных деталей.

Из множества способов электролитического осаждения гальванических покрытий, наиболее приемлемым, является электроосаждение гальванических покрытий в условиях гидромеханического активирования, поскольку эти условия оказывают наибольшее влияние на качество покрытий [1]. В связи с совмещением нескольких физико-химических процессов в электроосаждении металлов в нестационарном электролите и динамичным анодом, встают задачи по экспериментальному исследованию и математическому обоснованию структуры модели динамики электролитического процесса (МДЭП), разработке методов идентификации МДЭП – параметров по данным технологического процесса осаждения покрытий и, в конечном итоге, построения оптимального [2] режима электролитического процесса осаждения.

Поставлена и исследована задача оптимизации режима гальванического процесса, сберегающего энергетические и материальные затраты. В терминах этой задачи для различных вариантов граничных условий электролиза разработана алгоритмическая ОРЭП-технология оптимизации нестандартного электролитического процесса. На основе ОРЭП-технологии построен ресурсосберегающий режим гальванических покрытий сплавами Zn-Fe при восстановлении коренных опор блоков двигателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов А.Н., Шишкин Г.М., Лбов Ю.С., Пувсанжавуын И. Патент на изобретение “Электролит для осаждения сплава цинк-железо”/РОСПАТЕНТ № 2086712 от 10.08.1997 г.

2. Варга Дж. Оптимальное уравнение дифференциальных и функциональных уравнений. – М: Наука, 1977.

Вариационный метод расчета движения твердого тела вращения в жидкости вблизи плоской преграды

Симонова Н.М.

Сибирский государственный медицинский университет

Рассматривается задача о безотрывном потенциальном обтекании твердого тела вращения, совершающего движение в идеальной несжимаемой жидкости вблизи непроницаемой плоской преграды.

Для решения данной задачи применяется вариационный метод Ритца. Потенциалы скоростей разыскиваются в виде рядов по полиномам Лежандра первого и второго рода.

В отличие от других методов вариационный позволяет получить решение при произвольной ориентации твердого тела по отношению к преграде и для произвольной формы его образующей.

Численным экспериментом установлены требования к алгоритму для достижения определенной точности расчета коэффициентов присоединенных масс. Получены качественные и количественные зависимости гидродинамических коэффициентов и нагрузок как функций определяющих параметров задачи.

Расчетные данные сравниваются с известными результатами для некоторых частных случаев ориентации твердого тела и для простейших форм его поверхности.

О колебаниях жидкости, частично заполняющей несимметричную полость

Симонова Н.М.

Сибирский государственный медицинский университет

Рассматривается задача о возмущенном движении твердого тела с идеальной несжимаемой жидкостью, которая частично заполняет наклонный цилиндр с плоской крышкой и днищем различной формы.

Нахождение гидродинамических коэффициентов уравнений возмущенного движения для различных углов наклона цилиндрической плоскости связано с решением вариационным методом Ритца соответствующих краевых задач гидродинамики. Потенциалы скоростей разыскиваются в виде рядов по сферическим гармоническим функциям.

Проведенные расчеты показывают, что при вычислении гидродинамических коэффициентов, соответствующих первому тону колебаний жидкости, и первых четырех частот процесса Ритца сходятся к решению с точностью порядка 1%. Получены зависимости гидродинамических коэффициентов от угла наклона оси цилиндра и определяющих параметров задачи.

Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными и численными данными других авторов, известными для некоторых частных случаев.

Моделирование естественной конвекции электропроводящей жидкости в квадратной полости

Соловьев С.В.
Тихоокеанский государственный университет

Проведено компьютерное моделирование тепловой конвекции [1] электропроводящей жидкости в квадратной полости, подогреваемой снизу с учетом внутренних источников (стоков) тепла и джоулевой диссипации. Полученные результаты позволяют оценить влияние магнитных сил, внутренних источников и джоулевой диссипации на структуру конвективного течения и поле температуры.

Математическая постановка задачи в безразмерной форме (использовалось приближение Буссинеска) имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial \tau} + \dfrac{1}{\Pr}(V\nabla)V = -\nabla P + \Delta V + Ra\theta\gamma + \dfrac{M^2 D_m}{\chi} rot(B \times B) \\ \Pr\dfrac{\partial \theta}{\partial \tau} + (V\nabla)\theta = \Delta\theta + Q_v + K(rotB)^2 \\ \Pr\dfrac{\partial B}{\partial \tau} + (V\nabla)B - (B\nabla)V = \dfrac{D_m}{\chi}\Delta B \\ divV = 0, \qquad divB = 0. \end{cases}$$

Здесь V, P, θ, B – скорость, давление, температура и магнитная индукция; Pr, Ra, M – числа Прандтля, Релея, Гартмана; K, Qv - постоянный коэффициент и внутренний источник (сток) тепла.

Задача решалась численно, методом конечных разностей, в переменных температура - вихрь – функция тока. Использовалась явная схема.

Уравнение Пуассона для функции тока решалось методом Зейделя. В результате решения задачи были получены нестационарные поля температуры, магнитной индукции, вихря, функции тока и локальные числа Нуссельта на границах области. В полости, в зависимости от заданных режимов, наблюдались двух и четырех ячеистые течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – Москва: Наука, 1972. – 392 с.

Влияние акустических вибраций на движение жидкости в прямоугольной полости

Тюленева Е.С., Перминов А.В.
Пермский государственный технический университет

В данной работе рассматривается воздействие акустических вибраций на конвективное движение жидкости в прямоугольной полости, находящейся в невесомости. Все границы полости твердые. Температуры на длинных стенках полости считаются заданными, короткие стенки теплоизолированы. Возникающая вследствие сжимаемости жидкости неоднородность плотности приводит к появлению двух дополнительных механизмов генерации конвективного термовибрационного течения – объемного и погранслойного. Объемный механизм учитывается в виде дополнительного слагаемого в классических уравнениях термовибрационной конвекции. Для учета погранслойного механизма генерации на стенках полости записывается эффективное граничное условие для средней скорости течения. Расчеты были проведены для случаев, когда вибрации направлены поперек градиента температуры и под углом 450 к нему, числа Прандтля выбирались равными 0.01 и 1.

При вибрациях, направленных поперек градиента температуры, структура течения определяется в основном погранслойным механизмом. В жидкости возникает четырехвихревое симметричное конвективное течение. С увеличением частоты вибраций при Pr = 0.01 в углах полости зарождаются дополнительные вихри, интенсивность которых растет. Симметрия течения не нарушается. Для числа Pr = 1 исходное четырехвихревое течение с ростом интенсивности вибраций теряет свою симметрию. В полости начинают генерироваться дополнительные вихри.

При наклонных вибрациях на ряду с погранслойным механизмом становится заметным объемный механизм генерации конвекции. Для Pr = 0.01 по мере усиления вибраций исходное четырехвихревое течение теряет свою устойчивость и через ряд состояний трансформируется в двухвихревое, вихри которого локализованы в торцах полости. В центре полости возникает застойная зона. При Pr = 1 четырехвихревое течение перестраивается в пятивихревое течение, которое симметрично относительно прямой, перпендикулярной оси вибраций.

К вопросу о вычислении потока тепла от равномерно нагретой сферы в разреженном молекулярном газе

Тюлькина Е.Ю.
Орловский государственный университет

Рассматривается равномерно нагретая сферическая частица с радиусом R, находящаяся в газе, в котором поддерживается постоянная на бесконечности температура T_0. Следуя [1], для описания состояния газа принимается уравнение Ван Чанга – Уленбека [2] с интегралом столкновений в форме Хансона-Морзе [3]. В линейном приближении функция распределения представима в виде $f_l = f_l^0(1+\varphi)$, где φ – поправка к равновесной функции распределения определяется из линеаризованного уравнения $C_r \dfrac{\partial\varphi}{\partial r} + \dfrac{C^2 - C_r^2}{r}\dfrac{\partial\varphi}{\partial C_r} = \sum\limits_{m=1}^{6}\psi_m A_m - \varphi$; Функции ψ_m и A_m указаны в работе [3]. В качестве граничных условий принимается закон диффузного отражения молекул газа от поверхности сферы. Решение ищется в виде

$\varphi = \sum\limits_{i=1}^{4}(a_1^i + a_2^i C^2 + a_3^i \varepsilon_l + a_4^i C_r + a_5^i C_r C^2 + a_6^i C_r \varepsilon_l) H_i$, где $H_1 = H(C_r - \beta C)$, $H_2 = H(C_r) - H_1$, $H_3 = H(-C_r) - H_4$, $H_4 = H(-C_r - \beta C)$, $\beta = \sqrt{1 - R_1^2/r^2}$. Коэффициенты a_j^i определяются из системы моментных уравнений, процесс составления которой описан в [4]. Значения потока тепла, полученные для различных газов представлены в таблице, там же приведены значения скачка температуры.

	R = 0.01	R = 0.1	R = 1	R = 10	R = 100	C_t
N_2	0.84652	0.84631	0.78910	0.28789	0.03582	2.88820
CO_2	0.96198	0.95732	0.85888	0.28665	0.00355	2.52799
SO_2	1.58324	1.58099	1.44518	0.48842	0.05937	2.56054
воздух	0.89704	0.89737	0.84027	0.31047	0.03885	2.97652

ЛИТЕРАТУРА

1. Pazooki N., Loyalka S.K. // Heat Mass Transfer. – 1988. – V.31, N.5. – Pp. 977–985.
2. Wan Chang C.S., Uhlenbeck G.E., Boer J. // Studies in Statistical Mechanics. – Amsterdam: North Holland Pablishing Company. – 1964.
3. Hanson F.B., Morse T.F. // Phys. Fluids. – 1967. – V.10, N. 2. – Pp. 345–353.
4. Савков С.А., Тюлькина Е.Ю. // ЖТФ. – 2006. – Т.76, № 2. – С. 25–29.

Сложный тепломассообмен в неоднородных анизотропных турбулентных средах

Харламов С.Н.
Томский государственный университет

В последние годы при определении детальной теплогидродинамической картины турбулентного тепломассообмена в инженерных приложениях с успехом используются модели моментной теории. В их числе особенно перспективными представляются многопараметрические статистические модели второго, третьего порядка с транспортными уравнениями для компонент полного тензора напряжений Рейнольдса (Reynolds Shear Stresses - RSS) и удельных турбулентных потоков тепла и массы (Turbulent Fluxes- TF). Возможности таких моделей до конца не известны, в силу проблем замыкания, особой чувствительности к опорной базе для RSS\TF -уравнений и многомасштабности явлений переноса в сложном тепломассообмене.

В работе представлены результаты численного исследования неизотермичных турбулентных прямоточных и закрученных потоков в трубопроводных системах, отличающихся высокой степенью анизотропии рабочей среды (жидкости\газа). Особое внимание уделяется физико-математическому и численному моделированию пристеночных процессов. Сообщается о достоинствах оригинальных и редко используемых в расчетах пространственных течений двухпараметрических тепловых и динамических опорных баз с дифференциальными уравнениями для интегрального масштаба турбулентности (Г. Глушко-С. Секундов), интенсивности пульсаций скалярного поля и времени ее диссипации (С. Спезиэл). Такие модели оригинально модифицированы на случай сквозного расчета пристеночных течений с тепломасссобменом и показали корректное предсказание явлений ламинаризации\турбулизации простанственных течений под действием деформации среды, вращения стенки и ее обогрева, при высоконестационарных движениях инертных и химически реагирующих смесей в камерах и устройствах импульсного действия [1].

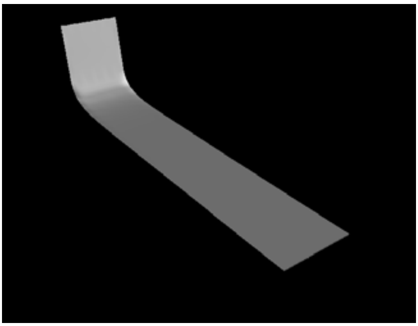
ЛИТЕРАТУРА

1. Kharlamov S.N. Heat and Mass Transfer in Facilities with a Moving Piston // Heat Transfer Research. – 2007. – Vol. 38, №3. – Pp. 233–243.

Численное моделирование пространственных неизотермических течений несжимаемой жидкости в узких каналах

Харламов С.Н., Сильвестров С.И.
Томский государственный университет

Моделирования гидродинамики и теплообмена пространственных течений – проблема сложная для понимания и актуальная с точки зрения практической пользы. Векторное поле и профиль скорости, неравномерное распределение температуры и тепловых потоков, формирование турбулентных вихрей и эффекты, связанные с конфигурацией области течения – всё это усложняет процесс моделирования и делает невозможным получить достоверные результаты, опираясь, например, на приближение узкого канала, симметричные постановки проблем или простые двухмерные расчёты. К примеру, подогрев стенки трубы условно с нижней стороны и охлаждение с верхней оказывает несимметричное влияние на поток, вызывая не только изменение физических свойств жидкости, но и деформацию гидродинамических характеристик потока, например, профиля скорости. Что в свою очередь может привести при достаточных числах Рейнольдса к турбулизации потока с одной стороны и ламинаризации с другой.



В данной работе на основе SIMPLE [1] представлены результаты численного моделирования гидродинамики и теплообмена однородных химически инертных течений несжимаемой жидкости и слабо-сжимаемого газа в круглых трубах с постоянной и переменной по длине формой поперченного сечения. Точность и надёжность расчетного алгоритма иллюстрируют сравнения результатов расчёта с данными других авторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с., ил.

Математическое моделирование конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутом объеме

Шеремет М.А.
Томский государственный университет

Исследование сложного теплопереноса в замкнутых областях при наличии локальных источников температурной неоднородности, а также теплопроводных стенок конечной толщины имеет широкий спектр приложений (теплоперенос в элементах радиоэлектронной аппаратуры, солнечные коллекторы, теплообменники) [1].

Целью настоящей работы является математическое моделирование нестационарного сопряженного теплопереноса в замкнутом объеме с теплопроводными стенками конечной толщины.

Процесс переноса тепла описывается системой нестационарных трехмерных уравнений на основе приближения Буссинеска для конвекции и приближения Росселанда для излучения [2] в газовой полости, а также нестационарным трехмерным уравнением теплопроводности для элементов твердого материала с нелинейными граничными условиями.

Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных “векторный потенциал – вектор завихренности скорости – температура”. Краевая задача решена методом конечных разностей.

Получены распределения как локальных характеристик (линии тока, поля температуры), так и интегральных (средние числа Нуссельта на характерных границах), описывающие основные закономерности исследуемого процесса в реальном диапазоне изменения определяющих параметров. Установлены масштабы влияния излучения при формировании тепловых режимов. Проанализировано влияние фактора нестационарности на развитие полей как гидродинамических, так и термодинамических характеристик.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 08-08-00402-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Bazylak A., Djilali N., Sinton D. Natural convection with distributed heat source modulation // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2007. – Vol. 50. – Pp. 1649–1655.
2. Спэрроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. – Л.: Энергия, 1971. – 296 с.

СЕКЦИЯ “ТУНГУССКАЯ ПРОБЛЕМА”

Поиск особых точек поля поваленных деревьев в районе падения Тунгусского метеорита

Гольдин В.Д.
НИИ прикладной математики и механики при ТГУ

Для поиска локальных особых точек поля направлений поваленных деревьев используется следующий метод. Для каждой пары деревьев, расположенных в разных точках района, определяется точка пересечения линий, проведенных в направлении, противоположном их ориентации. Анализируется плотность распределения подобных точек. Предполагается, что точки максимума распределения соответствуют проекциям на земную поверхность центров локальных взрывов Тунгусского тела. Такой метод применял еще Л.А. Кулик для поиска эпицентра взрыва, используя нити, натянутые вдоль направлений вывала. В данной работе рассматривается его компьютерная реализация на основе данных, собранных многочисленными экспедициями и опубликованными в каталогах [1,2].

Вычисления показали следующие результаты. Если учесть все деревья со всех пробных площадей, то построенное поле имеет единственный максимум, который примерно совпадает с эпицентром, определенным В.Г. Фастом [3]. Если же брать только площадки, сосредоточенные в отдельных подобластях района, то возможно появление дополнительных особенностей. В частности, получена еще одна особая точка, расположенная в 4-6 км к западу от эпицентра основного взрыва. Эта точка может соответствовать взрыву некоторого малого фрагмента Тунгусского метеорита.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фаст В.Г., Бояркина А.П., Бакланов М.В. В сб. Проблема Тунгусского метеорита. - Томск: ТГУ, 1967. – Вып. 2. - С.62-104.

2. Фаст В.Г., Фаст Н.П., Голенберг Н.А. В сб. Метеоритные и метеорные исследования. – Новосибирск: Наука, 1983. – С.24-74.

3. Фаст В.Г. В сб. Проблема Тунгусского метеорита. - Томск: ТГУ, 1967. – Вып. 2. - С.40-61.

Тунгусское явление и проблема взаимодействия крупных космических объектов с атмосферами планет

Гольдин В.Д.
НИИ прикладной математики и механики при ТГУ

Падение Тунгусского метеорита вызвало комплекс геофизических явлений: воздушные и сейсмические волны, светлую ночь на территории Европы, взрыв в воздухе, вызвавший вывал леса на площади свыше 2000 км^2 и сопровождавшийся выделением значительной доли лучистой энергии, магнитную бурю, длившуюся необычно долгое время и некоторые другие. Для интерпретации этих явлений было развито несколько физико-математических моделей и решен ряд задач, имеющих отношение к проблеме входа в атмосферу космического тела значительных размеров и его разрушения. Приводится обзор работ, выполненных для решения этих задач.

Выполненные работы позволили оценить высоту и энергию взрыва, основные характеристики области энерговыделения при взрыве. Было показано, что разрушение любого крупного тела в атмосфере сопровождается значительным выделением лучистой энергии. Построены новые количественные модели разрушения в атмосфере космических объектов. На основе этих моделей установлено, что значительная часть крупных болидов не сопровождается выпадением метеоритов на поверхность Земли.

В настоящее время отсутствует физико-математическая модель магнитной бури, зафиксированной в Иркутске.

Вывал леса как источник информации о Тунгусском явлении (обзор)

Кривякова Э.Н.
Томский государственный университет

Первыми работами по вывалу можно считать статью С.В. Обручева в журнале «Мироведение» и описание картины, увиденной в 1927 г. Л.А. Куликом, который установил, что поваленные деревья лежат радиально, и вершины их направлены наружу по отношению к внутренней части котловины. В 1958 г. экспедицией АН СССР была оценена площадь вывала. Затем эта оценка была уточнена экспедициями КСЭ. Составлен уникальный каталог вывала (ч.1 и ч.2).

Были получены координаты эпицентра взрыва и его доверительный эллипс. Показано, что скоростной напор обратно пропорционален среднеквадратическому отклонению азимутов вывала. Имеется ряд теоретических работ, посвященных расчетам ударной волны, вызвавшей вывал леса. По данным вывала была определена высота взрыва, оценена энергия ударной волны, вычислен азимут оси симметрии вывала, связанный симметрией ударной волны. Анализ данных каталога вывала, дает основание считать, что в радиальной структуре вывала содержится тонкая структура, в пределах которой наблюдаются периодически лучи повышенной плотности пересечения векторов повала деревьев. Моделирование картины вывала дало возможность предложить различные варианты вызвавшей его ударной волны.

Показано, что направление повала дерева с определенным разбросом следует по направлению потока за ударной волной, однако величину потока достаточно точно можно установить лишь для граничных значений сильных разрушений и для совсем слабых разрушений.

Загадка тунгусского метеорита и сегодня не решена. Некоторые авторы предполагают, что в связи с наличием рощ уцелевших деревьев могли быть и дополнительные взрывы. Указывая на неоднозначность возможного решения обратной задачи о природе ударной волны, предлагается оценить, какой вариант предлагаемых механизмов наиболее вероятен.

Электронная коллекция документов по проблеме Тунгусского феномена

Фазлиев А.З., Родимова О.Б., Сапожникова В.А.
Институт оптики атмосферы СО РАН

Информация о Тунгусском явлении обширна и разнообразна. Прежде всего, Тунгусский феномен – это физическое явление, и в этом качестве является предметом исследования сугубо специальных отраслей знаний. Далее, сама история изучения явления представляет собой длительную и полную драматизма эпопею, которая чрезвычайно интересна с точки зрения истории развития и борьбы научных идей, возникновения и функционирования научных сообществ, психологии формирования парадигм. Наконец, существенна социологическая сторона проблемы. Так, существование комплексной самодеятельной экспедиции (КСЭ), не имеющей никакого официального статуса, в течение 50 лет, тридцать из которых экспедиция просуществовала в СССР и уже 20 лет - в Российской Федерации, является уникальным социальным феноменом.

Желание сохранить для будущих исследователей и историков науки материалы, связанные с Тунгусским явлением и с КСЭ, заставило нас заняться созданием соответствующей электронной коллекции документов в рамках гранта РГНФ 05-03-12324в, в результате которого был реализован сайт «Тунгусский феномен» [1]. В основу созданной коллекции были положены материалы Государственного Архива Томской области (ГАТО), частные архивы участников комплексной самодеятельной экспедиции, уникальные самодеятельные альбомы и т.п. В реализации проекта принимали участие специалисты ТГУ, ГАТО, ИОА СО РАН и ИСИ СО РАН.

Сайт «Тунгусский феномен» является наиболее обширным собранием документов, относящихся к Тунгусскому явлению, и включает в себя ряд монографий, научных статей, газетных статей, собрание фотографий, слайдов, фильмов, рисунков, альбомов, фильмов. В своем настоящем виде он в значительной степени ориентирован на решение социологической задачи, хотя и содержит значительное количество научных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук А.Г. Караваева А.Г. Привезенцев А.И. Родимова О.Б., Фазлиев А.З., Информационная система по проблеме Тунгусского явления, Труды 8 Всероссийской научной конференции “Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции ”, Ярославль, 2006, с.184-191.

Обзор работ направленных на создание, наполнение и развитие поисково-информационной системы для базы данных по Тунгусскому метеориту

Федорова О.П.
Томский государственный университет

Работы по созданию и наполнению ИС начаты в 1993 году с создания базы данных измерений морфометрических признаков особей муравьев из района падения, а также базы данных по мутациям сосны. Совместно с пополнением баз данных шла разработка инструментальной системы для управления (хранения, модификации и просмотра) табличными данными. Текущая версия ИС обеспечивает доступ к базам данных, предоставляет возможность пополнять базы данных, просматривать данные в табличном виде, отображать координатно-привязанные объекты на карте- схеме района.

Применительно к исследованию картины территориального распределения аномалий предложена модель представления результатов наблюдений над объектами различной природы. Разработан и теоретически обоснован метод совместной обработки таких данных, для объектов расположенных на общей территории, с целью изучения явления, результаты воздействия которого фиксируются. Предпринята попытка применения метода для экстраполяции аномальных значений морфометрических признаков особей муравьев, параметров термолюминисценции траппов и кварцев из района падения, а также ожога веток деревьев, переживших Тунгусскую катастрофу.

О развитии поисково-информационной системы для базы данных по Тунгусскому метеориту

Федорова О.П.
Томский государственный университет

За период исследований, по проблеме Тунгусского феномена накоплены значительные объемы данных качественного и количественного характера, относящихся, прямо или косвенно, к явлению. В настоящее время созданы и заполнены базы данных по морфометрическим признаком особей муравьев, вывалу леса, мутациям сосны, термолюминисценции и ожогу веток живых деревьев из района падения. Разработана и построена версия поисково-информационной системы (ИС) [1], которая, обеспечивает доступ к базам данных, предоставляет возможность просматривать данные в табличном виде, отображать координатно-привязанные объекты на карте- схеме района, а так же поддерживает запросы (табличные и пространственные) к базам для получения требуемой выборки. Реализована процедура пополнения баз данных и карт-схем.

Как правило, материалы полевых исследований содержат данные о месте отбора проб (привязку) в виде текста и «выкопировки». Эта информация позволяет идентифицировать точку отбора пробы на карте-схеме. В настоящей работе представлена программа, которая позволяет визуально задавать координаты пробных точек в одной из систем координат, применяемых в исследованиях по Тунгусской проблеме. Используется карта-схема района радиусом 30-50 км от эпицентра взрыва. Карта схема разбита на подобласти и сопровождается топонимической базой данных рек, ручьев, озер, вершин и мест, связанных с историей полевых исследований в районе падения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галушин А.А., Федорова О.П. Разработка системы хранения, обработки и визуального представления информации о Тунгусской катастрофе // Международная конференция "Всесибирские чтения по математике и механике": Избранные доклады. Т.1.-Томск: Изд-во Том. ун-та, 1997.-С. 71-76.

СЕКЦИЯ “ФИЗИЧЕСКАЯ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ КАТАСТРОФ”

Влияние эффектов плавления на динамическую сжимаемость пористого материала

Аттетков А.В., Головина Е.В., Ермолаев Б.С.[*]
[*]Институт химической физики им. Н.Н. Семенова РАН
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

В приложениях математической теории теплопроводности важное место занимают исследования процессов тепловой диссипации и теплопереноса в ударно-сжатых пористых материалах [1-6]. Несмотря на значительное количество работ, вряд ли можно считать завершенными исследования по рассматриваемой проблеме. В частности, актуальным остается вопрос о влиянии мезоскопических (в масштабе поры) процессов теплопереноса на формируемое температурное поле в ударно-сжатом вязкопластическом материале [2-6] при наличии расплавленных зон в окрестности сжимающихся пор. Изучение этого вопроса и является основной целью проведенных исследований. К основным результатам, полученным в ходе исследований, следует отнести влияние числа Прандтля – критерия, характеризующего взаимодействия двух диффузионных процессов: внутренней тепловой диссипации и теплопроводности, на эволюцию температурного поля в двухфазном пористом материале при низкоамплитудных динамических воздействиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / С.П. Киселев, Г.А. Руев, А.П. Трунев и др. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. – 261 с.

2. Хасаинов Б.А., Аттетков А.В., Борисов А.А. Ударно-волновое инициирование энергетических материалов и вязкопластическая модель горячих точек // Химическая физика. – 1996. – Т. 15, № 7. – С. 55 - 125.

3. Дунин С.З., Сурков В.В. Эффекты диссипации энергии и влияние плавления на ударное сжатие пористых тел // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1982. – № 1. – С. 131 – 142.

4. Аттетков А.В., Власова Л.Н., Селиванов В.В., Соловьев В.С. Влияние неравновесного разогрева на поведение пористого вещества при ударном сжатии // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1984. – № 6. – С. 120 - 127.

5. Аттетков А.В., Головина Е.В., Ермолаев Б.С. Математическое моделирование мезоскопических процессов тепловой диссипации и теплопереноса в двухфазном пористом материале при ударном сжатии // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Труды XVI Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева. – М., 2007. – Т. 1. – С. 364 - 367.

О теплопроводности структур нецелой размерности

Богданова С.Б., Гладков С.О.
Московский государственный областной университет

Как известно, явление теплопереноса получило свой первоначальный импульс еще с позапрошлого века, когда впервые было сформулировано второе начало термодинамики, и последующий прогресс в деле изучения теплофизических явлений превзошел все ожидания. Свидетельством последнего служит чрезвычайно высокий потенциал активности исследователей на протяжении уже более ста лет. Все оригинальные статьи и монографии в этом направлении были посвящены выяснению термодинамических свойств (как равновесных, так и неравновесных), обычных структур (пусть даже и сильно неоднородных) целой размерности. В настоящее время существует масса примеров (см. [1]), когда чисто физический объект обладает нецелой размерностью, и характеризуется так называемой размерностью Хаусдорфа. Подобные объекты называются фракталами и процесс теплопроводности в них к настоящему моменту почти не исследовался. Наиболее распространенными здесь примерами могут послужить снежинка Коха, ковер Серпинского, кластеры, образованные частицами порошка; дорожки, получающиеся при вытеснении одной жидкости другой более вязкой жидкостью в пористой среде; а также натуральный пух [1] (см. также [2]). Впервые изучение процесса теплопереноса в почти одномерном случае было проведено в работе [3]. Настоящее сообщение обобщает результаты [3] на квази – $n-$ мерный случай и решает задачу с помощью введения операции дробного дифференцирования с последующим применением преобразования Фурье, как прямого, так и обратного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Ижевск, 2001. 528с.
2. Гладков С.О. Сборник задач по теоретической и математической физике. М.: Физматлит, 2006. 456 с.
3. Гладков С.О. К теории одномерной и квазиодномерной теплопроводности // ЖТФ, 1997. Т.67. Вып.7. С.8-12.

Решение задачи фильтрации отработанных газов для выпускных систем двигателей внутреннего сгорания

Борзых В.Э., Семенов Б.В.
Тюменский государственный нефтегазовый университет

Современные масштабы развития производства непрерывно связаны с интенсивным использованием автотранспорта. Степень их воздействия на окружающую среду многогранна, в значительной мере связана с выбросом вредных веществ отработавших газов (ОГ) в атмосферу.

Используя разработки в области создания материалов по технологиям самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС – технологии), в какой то мере удалось подойти к решению задачи создания полифункциональных пористых проницаемых каталитических блоков, на базе которых спроектированы и изготовлены и прошли испытания каталитические нейтрализаторы для автомобилей с ДВС [1].

Для описания процесса фильтрации ОГ в СВС-элементах течение можно рассматривать как вязкое течение несжимаемой жидкости около шероховатой поверхности капилляров пористой структуры, поэтому при построении математической модели течения многокомпонентной смеси ОГ, применены формулы из теории переноса газа в пористых средах. Получена система дифференциальных уравнений и предложен алгоритм реализации решения данной системы на ЭВМ.

В дальнейшем результаты решения данной системы уравнений могут быть использованы для создания математических моделей подбора пористости, геометрических размеров фильтров вне зависимости от типа двигателя: бензиновый или дизельный.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борзых В.Э., Исаенко В.Д., Исаенко П.В. Очистка отработанных газов ДВС СВС элементами // Транспортные системы Сибири; материалы Всероссийской научно-технической конференцию. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2003

Моделирование ударно-волновых явлений при электрическом взрыве проводников в ограниченном объёме

Борзых В.Э., Решетов А.А.
Тюменский государственный нефтегазовый университет

В работе проведено численное моделирование возникновения и распространения ударной волны при электрическом взрыве проводника в атмосфере аргона внутри цилиндрической взрывной камеры. При моделировании проводник рассматривался как столб сильно неидеальной плазмы металла (алюминия) [1] с термодинамическими параметрами в критической точке на диаграмме состояния. Образовавшиеся в аргоне, в результате адиабатического расширения продуктов электрического взрыва проводника ударная волна отражается от стенки камеры и в виде сходящегося скачка уплотнения движется к центру. Где происходит её взаимодействие с конденсированными продуктами материала плазмы. При этом образовавшиеся наноразмерные частицы подвергаются разогреву до температуры порядка 4300 K. Выдвигается гипотеза о том, что вероятной причиной, определяющей эффект агломерации продуктов конденсации является повторный разогрев частиц металла до температуры превышающей температуру плавления в процессе электрического взрыва проводника.

В гидродинамических расчётах исследуется модель точечного взрыва в воздухе предложенная в работе [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Каннель Г.И., Разорёнов С.В., Уткин А.В., Фортов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. - М.: Янус-К, 1996. - 408 с.

2. Баум Ф.А., Орленко Л.П., Станюкович К.П., Челышев В.П., Шехтер Б.И. Физика взрыва – М.: Наука, 1975. – 704 с.

О некоторых результатах исследования обобщенного уравнения диффузии

Гладков С.О. ,Солдатова Н.Г.
Московский государственный областной университет
Московский государственный областной педагогический институт

В данном сообщении речь идет о задаче линейной математической физики, связанной с исследованием обобщенного уравнения диффузии, имеющего вид $\frac{\partial c}{\partial t} = (-1)^{n+1} D_n \Delta^n c$, где c – концентрация фотонов, t – время, D_n – коэффициент обобщенной диффузии с размерностью $\left(\text{см}^{2n}/c\right)$.

Уравнение такого типа можно получить по рецепту работы [1], предполагая, что в актах почти упругого процесса рассеяния принимает участие попарно $2n$ фотонов, среди которых n падающих и n рассеянных [2].

Представление коэффициента обобщенной диффузии D_n как тензора p-го ранга, а также, применение идей газокинетической теории и распределения Максвелла, позволило оценить коэффициент обобщенной диффузии в p-мерном пространстве.

Разложение искомой функции $c\left(x_1, x_2, ..., x_p, t\right)$ в p-мерный интеграл Фурье по координатам и последующее применение метода перевала, позволило найти решение ОУД и выяснить распределение концентрации в каждый момент времени и в любой точке пространства.

Проведена оценка времени установления однородной концентрации по веществу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гладков С.О., Табакова И.Г. О некоторых типах кинетических уравнений, сводящихся к уравнениям в частных производных // Прикладная механика и техническая физика, 2007, № 5, т. 48, с.. 12-16.

2. Гладков С.О. Сборник задач по теоретической и математической физике. М.: Физматлит, 2006.

Технология решения задач сопряженного тепломассообмена тела, обтекаемого высокотемпературным потоком газа, с учетом термического разрушения поверхности

Гольдин В.Д., Ильина А.С.
НИИ прикладной математики и механики при ТГУ
Томский государственный университет

Рассматривается задача сопряженного тепломассообмена затупленного тела при его обтекании горячим газовым потоком. Течение газа описывается уравнениями пограничного слоя с учетом диффузии газообразных продуктов разрушения теплозащитного материала, тепловое поле внутри тела описывается одномерным нестационарным уравнением теплопроводности. Учитывается перемещение поверхности раздела фаз вследствие сублимации материала. При решении уравнений используется метод И.В.Петухова, имеющий 4-й порядок аппроксимации по координате, нормальной к обтекаемой поверхности. Для решения системы разностных уравнений применяется метод встречных прогонок. В результате прямых прогонок от внешней границы пограничного слоя (в газовой фазе) и из глубины тела (в твердой фазе) на поверхности раздела получаются соотношения, связывающие потоки (тепловые и диффузионные) со значениями термодинамических величин. После разрешения этих соотношений совместно с граничными условиями вычисляются все неизвестные на обтекаемой поверхности. Далее при реализации обратных прогонок определяются значения неизвестных во всей расчетной области. Расчеты конкретных задач показывают, что полученные на первом этапе прогоночные коэффициенты в газовой фазе слабо зависят от времени по истечении некоторого начального периода. Это позволяет производить уточнение коэффициентов лишь в отдельные моменты времени, а начиная с некоторого момента вообще переходить к решению несопряженной задачи. Данный подход можно использовать даже в том случае, когда решение еще не достигло стационарного состояния.

Об организации глобальных итераций в задаче сверхзвукового обтекания затупленных тел

Гольдин В.Д., Савельева Е.М.
НИИ прикладной математики и механики при ТГУ
Томский государственный университет

При решении задачи сверхзвукового обтекания затупленного тела часто применяется метод глобальных итераций. Первый этап этого метода заключается в том, что при заданной форме головной ударной волны решаются уравнения гидродинамики во всей области течения. Новая форма ударной волны получается путем дифференцирования толщины ударного слоя. Таким образом, положение ударной волны уточняется в процессе глобальных итераций. Этот процесс иногда оказывается неустойчивым, поэтому часто используются различные варианты его регуляризации.

В настоящей работе эта задача рассмотрена в двумерной постановке. Для определения формы головной ударной волны в процессе глобальных итераций получено два варианта интегро-дифференциального уравнения, являющихся следствием исходных уравнений. В первом варианте из этого уравнения можно определить отход ударной волны, а во втором – угол ее наклона. В обоих случаях уравнение содержит особую точку, положение которой неизвестно заранее и определяется в процессе решения. Эта точка является аналогом точки перехода через скорость звука в теории сопла. В качестве недостающего граничного условия для полученного уравнения используется условие гладкого прохождения через особую точку.

В работе предложен метод решения полученных уравнений. Метод опробован на задаче невязкого гиперзвукового обтекания затупленного тела. С небольшой модификацией он может быть применен и для задач вязкого ударного слоя.

Влияние вращения на аэродинамические характеристики и унос массы затупленного тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком газа

Гольдин В.Д., Овчинников В.А.
НИИ прикладной математики и механики ТГУ

При наличии угла атаки вращение тела приводит к тому, что картина его обтекания перестает быть симметричной относительно плоскости угла атаки [1] и вызывает появление дополнительной боковой силы, момента рыскания и крена. Эти силы обусловлены с одной стороны асимметрией течения газа в пограничном слое (гидродинамический эффект), а с другой стороны, они возникают из-за запаздывания температуры тела и вдува газообразных продуктов термического разложения теплозащитного материала относительно быстро изменяющейся газодинамической картины обтекания (тепловой эффект).

Эта задача для случая сверхзвукового обтекания затупленного тела рассматривается в рамках теории пространственного пограничного слоя при малых значениях параметра вращения. Учитывается термическое разложение внутри материала теплозащитного покрытия с образованием газообразных продуктов и линейный унос поверхности, обусловленный ее равновесной сублимацией. Задача решается в сопряженной постановке, т.е. предполагается, что решения в пограничном слое и внутри тела являются взаимосвязанными.

Проводится численный анализ влияния интенсивности теплообмена, вдува и скорости вращения на напряжение трения и изменение аэродинамических характеристик обтекаемого тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гофман А.Я., Булыгин М.Г., Зинченко В.И. и др. Оценка влияния вдува продуктов разложения композиционных теплозащитных покрытий на момент крена осесимметричных летательных аппаратов / В сб. «XXIII Российская школа по проблемам науки и технологий (24-26 июня 2003 года, г. Минск)». Екатеринбург: Изд-во РАН, 2003 г. С. 30.

Об одном эвристическом подходе к оперативному прогнозированию фронта лесного пожара

Данеев[1] А.В., Удилов[1] Т.В., Шарпинский[2] Д.Ю.
[1]ФГОУ ВПО «Восточно-Сибирский институт МВД России»
[2]Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Защита лесов от пожаров – это важная эколого-экономическая задача, в рамках которой большое место отводится решению вопросов текущего краткосрочного прогнозирования распространения фронта возникшего *локального лесного пожара* (ЛЛП). При этом фактор изменения режима состояния физической среды в зоне действия ЛЛП обуславливает постановку моделирования динамики контура ЛЛП, как слабоструктурированной динамической системы (*D*-системы), «адаптирующейся» к данным нестационарным режимам на основе структурно-параметрической идентификации нелинейной дифференциальной модели состояния фронта ЛЛП.

В ходе исследований было проведено уточнение развитого в работе [1] «точного языка $(A,B,B^{\#})$-моделей» для его привлечения к вопросам аппроксимации уравнений динамики исследуемой *D*-системы в варианте, когда наблюдается одна пара вектор-функций (x,u) (характерный случай в апостериорном моделировании динамики ЛЛП). Итогом этого уточнения стало выдвижение специального эвристического подхода, основанного на интерактивном поиске необходимых условий энтропийного синтеза для гипотез структуры уравнений динамики *D*-системы.

Все теоретические результаты, полученные в работе, носят конструктивный характер и доведены до численных алгоритмов и сопровождающих их программ. На данном этапе исследования ведется структурное описание программно-алгоритмической среды с анализом имитационного моделирования ЛЛП.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-01-00623) и Программы фундаментальных исследований № 22 Президиума РАН (проект № 2.5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Данеев А.В., Русанов В.А., Шарпинский Д.Ю. Принцип максимума энтропии в структурной идентификации динамических систем: аналитический подход // Известия вузов. Математика. 2005. – № 11. – С. 16-24.

Математическое моделирование фазового равновесия в реальных системах

Есина З.Н., Мирошников А.М., Карташов В.Я., Корчуганова М.Р., Гришаева А.М., Есин Н.П.
Кемеровский государственный университет
Кемеровский технологический институт пищевой промышленности

Уравнения состояния и методы, применяемые для описания идеального раствора, мало пригодны в случае реального раствора, что объясняется способностью чистых компонентов к образованию кластеров и ассоциатов в растворе. Экспериментальные данные о равновесии жидкого и твердого состояний получают экстраполяцией кривых ликвидуса в область эвтектики. Применение метода минимизации свободной энергии Гиббса системы также дает возможность определить состав эвтектики бинарной системы в эффективных мольных долях [1]: (z_1, z_2). Сравнение его с составом (x_1, x_2), полученным в результате экстраполяции, позволяет найти среднее соотношение молекул в ассоциатах $\overline{\lambda} = (x_1 / x_2) / (z_1 / z_2)$. Параметр $\overline{\lambda}$ можно также найти из условия термодинамической согласованности данных о фазовом равновесии. В случае отсутствия данных о фазовом равновесии предлагается определять этот параметр по формуле средней арифметической взвешенной, где в роли весов выступают концентрации одного из компонентов в точках возможных эвтектик: $\overline{\lambda}$. Минимизация избыточной энергии по параметру λ приводит к зависимости, моделирующей $T\!-\!z_1$ диаграмму бинарной системы:

$$T(z_1) = [\Delta H_1^E z_1 + \Delta H_2^E (1 - z_1)] / \{\frac{\Delta H_1^E}{T_1^0} z_1 + \frac{\Delta H_2^E}{T_2^0} (1 - z_1) - R[z_1 \ln z_1 + (1 - z_1) \ln(1 - z_1)]\},$$

где ΔH_i^E – энтальпии плавления; T_i^0, $i = 1, 2$ – температуры плавления чистых компонентов. Сведения о возможности образования кластеров чистых компонентов помогают в построении средней кривой фазового равновесия. Методом минимизации отклонения средней кривой фазового равновесия от точек возможных эвтектик выбирается оптимальное значение параметра олигомеризации k_1 для одного из компонентов, а для другого компонента рассчитывается по формуле $k_1 = k_2\overline{\lambda}$. Показано, что моделирующая кривая фазового равновесия хорошо согласуется с данными эксперимента [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Коган В.Б. Гетерогенные равновесия. Л.: Химия, 1968. 432 с.
2. Дымент О.Н., Казанский К.С., Мирошников А.М. Гликоли и другие производные окисей этилена и пропилена. М.: Химия, 1976. 373 с.

Применение метода ударных волн в задаче обтекания затупленного тела

Есипов Д.В.
Институт математики СО РАН

Объектом исследования является смешанная задача, возникающая при моделировании так называемых переходных зон, в которых параметры, характеризующие движение вязкого газа (компоненты вектора скорости, плотность, давление, температура и т.д.) испытывают резкие изменения (большие градиенты) по пространственным переменным. Идея состоит в замене этих переходных зон поверхностями сильных разрывов. Для обоснования корректности предельного перехода сформулированы дополнительные соотношения на сильном разрыве [1]. Доказана асимптотическая устойчивость стационарного решения полученной смешанной линейной задачи при выполнении некоторых ограничений на параметры задачи [2].

Рассматривается применение метода ударных волн, в частности, для задачи сверхзвукового обтекания затупленного тела вязким теплопроводным газом. Разработан оригинальный вычислительный метод, существенно использующий ограничение расчетной области поверхностью переходной зоны. Для этого на внешней границе кроме условий сильного разрыва ставится дополнительное граничное условие.

ЛИТЕРАТУРА

1. Blokhin A.M., Tkachev D.L., Baldan L.O. Well-posedness of a modified initial-boundary value problem on stability of shock waves in a viscous gas. Part I // Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 331, Iss. 1, 2007, pp. 408-423.
2. Blokhin A.M., Tkachev D.L., Esipov D.V. Well-posedness of a modified initial-boundary value problem on stability of shock waves in a viscous gas. Part II // Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 331, Iss. 1, 2007, pp. 424-442.
3. Esipov D.V., Blokhin A.M., Tkachev D.L. Well-posedness of a modified initial-boundary value problem on stability of shock waves in a viscous gas, Abstracts of “Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications”, Lyon, 2006.

Идентификация параметров теплообмена при конвективном нагреве

Зверев В.Г., Назаренко В.А.*, Панько С. В., Теплоухов А.В.*
Томский государственный университет
*ФГУП "МИТ", НПП "Спецэнерготехника"; г. Москва

Физическое и математическое моделирование теплового взаимодействия высокоэнтальпийной газовой среды пожара с поверхностью огнезащитного материала невозможно без знания основных параметров конвективного теплообмена – температуры потока и коэффициента теплоотдачи.

Температура реагирующего потока принципиально может быть измерена инструментальными методами, однако это нельзя сделать в отношении коэффициента теплоотдачи, который зависит от многих параметров. На практике имеется обширная область высокотемпературного теплообмена, где также невозможны прямые измерения температуры потока. Известные в литературе критериальные зависимости для чисел Нуссельта справедливы для узкого круга канонических ситуаций и далеки от реальных условий постановки эксперимента. В связи с этим актуальным является вопрос определения параметров теплообмена с помощью решения обратных задач теплопроводности [1].

В данной работе рассматривается методика определения температуры потока и коэффициента теплоотдачи по данным измерений температуры на поверхности тела или на его глубине. В отличие от известных методик в ней не используется численное дифференцирование экспериментальной информации. Опираясь на аналитическое решение нестационарной задачи прогрева, с помощью коэффициентов чувствительности [2] анализируются оптимальные времена измерений, наиболее информативные по искомым параметрам и менее чувствительные к погрешностям измерений. Приводятся приближенные формулы для определения коэффициента теплоотдачи. Даются примеры применения методики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алифанов О.М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов (введение в теорию обратных задач теплообмена). М.: Машиностроение. 1979.

2. Бек Дж., Блакуэлл Б., Сент-Клэр Ч., мл. Некорректные обратные задачи теплопроводности. Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 312 с.

Характеристики совместного использования активной и пассивной тепловой защиты при движении тела с гиперзвуковой скоростью

Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Якимов А.С.
Томский государственный университет

Рассматривается трехмерная задача прогрева и термохимичес-кого разрушения при гиперзвуковом обтекании потоком воздуха затупленного по сфере конуса, состоящего из материалов с различ-ными теплофизическими свойствами, и при различных расходах вдуваемого газа-охладителя через пористое сферическое затупле-ние. Разработана математическая модель для расчета сопряженного ТМО при пространственном обтекании затупленного по сфере ко-нуса с учетом неравновесных и равновесных химических реакций и различных режимов течения в ударном и пограничном слоях и термохимического разрушения обтекаемого тела при полете по траектории.

Исследован вопрос о правомерности использования раздельной постановки задачи для случая заданного коэффициента теплообмена и приведены оценки точности такого приближенного подхода.

Показано, что комбинация вдува газа-охладителя и использова-ние высокотеплопроводных материалов вследствие интенсифика-ции перетекания тепла в оболочке обтекаемого тела значительно снижает максимальные температуры поверхности тела. Из-за ослаб-ления влияния вдува на характеристики тепломассообмена эффек-тивность использования таких материалов при турбулентном режи-ме течения несколько ниже, чем при ламинарном течении.

Рассмотрен процесс термохимического разрушения тела в случае использования углеграфитовых материалов. Увеличение интенсив-ности вдуваемого газа-охладителя увеличивает вероятность одно-временной реализации в различных точках завесной зоны кине-тического и диффузионного режимов разрушения оболочки обтека-емого тела, которые с удовлетворительной точностью описываются различными аналитическими выражениями для скоростей массово-го уноса. Учет вклада гетерогенных химических реакций приводит к значительному росту температур поверхности тела при учете сопряженного тепломассообмена.

Влияние динамического воздействия на гетерогенные пористые среды, способные к фазовым превращениям

Иванова О.В., Зелепугин С.А.
Отдел структурной макрокинетики ТНЦ СО РАН

За последние годы существенно возрос интерес к изучению быстропротекающих процессов в средах и происходящих в них физико-химических превращений. Наиболее интересное направление, которое, к сожалению еще не достигло уровня технологии - это ударно-волновое воздействие на вещества и их смеси, способные к химическим и фазовым превращениям. Исследование закономерностей формирования физико-механических свойств веществ в зависимости от состава, структуры, внешних условий позволит получить новые уникальные материалы с заранее заданными характеристиками.

Цель данной работы заключается в том, чтобы численно исследовать поведение пористой смеси алюминий-сера, помещенной в цилиндрическую ампулу, в условиях взрывного нагружения. Многокомпонентная пористая среда описывалась методами механики сплошной среды, основанных на гипотезе взаимодействующих континуумов [1].

Анализ расчетов выявил неравновесность давлений и температур компонентов смеси из-за существенно различных свойств материалов. После 12 мкс процесса для смеси Al-S наблюдалось одновременное существование двух фаз: твердой (Al) и жидкой (S). Показано, что для каждого уплотняемого компонента смеси существует оптимальное давление, которое обеспечивает максимальную плотность пресс-изделия. Увеличение давления прессования не всегда приводит к увеличению плотности материала. Уменьшение толщины стенки ампулы обеспечивает ударной волне многократное отражение с целью увеличения давления на материал.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1. М.: Наука, 1987.

Двумерная гидродинамическая модель для моделирования чрезвычайных ситуаций на мелководных водоемах

Колгунова О.В.
Северо-Осетинский государственный университет

Рассмотрим систему уравнений в усредненных значениях скоростей $\overline{u} = U/H$ и $\overline{v} = V/H$, которая оказывается строго диссипативной за счет действия сил внутреннего вязкого трения, и имеет следующий вид в силу уравнения неразрывности:

$$\zeta_t' + \left(H\overline{u}\right)_x' + \left(H\overline{v}\right)_y' + (\omega/\rho) = 0 \text{ или } H_t' + \left(H\overline{u}\right)_x' + \left(H\overline{v}\right)_y' + (\omega/\rho) = 0;$$

$$\overline{u}_t' + \overline{u}\overline{u}_x' + \overline{v}\overline{u}_y' + \left(\frac{\omega}{\rho}\right)(C_u - 1)\left(\frac{\overline{u}}{H}\right) =$$

$$= -g\zeta_x' + \left(\frac{\mu}{H}\right)\left(\Delta\left(H\overline{u}\right) - C_u\overline{u}\Delta\zeta\right) + \frac{1}{H}\left(\left(F_s^*\right)_x + \left(F_b^*\right)_x\right) + 2\Omega\overline{v}\sin\vartheta;$$

$$\overline{v}_t' + \overline{u}\overline{v}_x' + \overline{v}\overline{v}_y' + \left(\frac{\omega}{\rho}\right)(C_v - 1)\left(\frac{\overline{v}}{H}\right) =$$

$$= -g\zeta_y' + \left(\frac{\mu}{H}\right)\left(\Delta\left(H\overline{v}\right) - C_v\overline{v}\Delta\zeta\right) + \frac{1}{H}\left(\left(F_s^*\right)_y + \left(F_b^*\right)_y\right) - 2\Omega\overline{u}\sin\vartheta.$$

Где μ – коэффициент микротурбулентного обмена по горизонтали; $\zeta = \zeta(x, y, t)$ – поднятие уровня свободной поверхности жидкости по отношению к невозмущенному состоянию; $h = h(x, y, t)$ – высота столба жидкости под невозмущенной поверхностью; $H = \zeta + h$ – полная глубина,

$$U = \int_{-h}^{\zeta} udz, \; V = \int_{-h}^{\zeta} vdz, \; W = \int_{-h}^{\zeta} wdz,$$

Для силы трения воздуха о поверхность воды получили:

$$\left(F_s^*\right)_x = 2\gamma U\frac{2C_u - 3}{H^2}; \qquad \left(F_s^*\right)_y = 2\gamma V\frac{2C_v - 3}{H^2}.$$

Для силы трения о дно получили следующие выражения:

$$\left(F_b^*\right)_x = -2\gamma U\frac{3 - C_u}{H^2}; \qquad \left(F_b^*\right)_y = -2\gamma V\frac{3 - C_v}{H^2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук Г.И., Саркисян А.С. Математическое моделирование циркуляции океана //Известия Северо-Кавказского научного центра высшей школы. Наука. –1988.

2. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – Т.1: 504 с., ил., Т.2: 552 с.

Кинетика решеточных систем

Ласовский Р.Н, Бокун Г.С., Вихренко В.С.

Белорусский государственный технологический университет

Описание процессов появления новой фазы и структурных превращений является важной задачей статистической механики, которая приобретает особое значение при переходе к рассмотрению наноструктурированных систем. При решении этой проблемы широко используется модель решеточного флюида, динамика которого определяется основным кинетическим уравнением Чепмена–Колмогорова.

Моделирование по методу Монте-Карло разряда интеркаляционного источника тока [1] показало, что профиль концентрации частиц интеркалянта образует «ступеньку» (происходит фазовый переход «решеточная жидкость – решеточный газ»), и в распределении концентрации можно выделить три области: конденсированная фаза, «переходной» слой и разреженная фаза. Для статистико-механического описания кинетики структурных превращений использовано представление неравновесной функции распределения в локально равновесной форме [2]. Неравновесное состояние определяется локальными значениями химических потенциалов, заданных на узлах решетки. Дальнейшее использование выражений для микроскопического потока частиц между узлами решетки и уравнения неразрывности позволило сформулировать разностное, а затем, после перехода к непрерывной пространственной переменной, дифференциальное уравнение для описания эволюции системы. Это уравнение решалось численно с использованием алгоритма Эйлера. Исследовано изменение профиля концентрации частиц со временем в системе с притяжением ближайших соседей. Для системы с отталкиванием ближайших соседей (в которой при температурах ниже критической наблюдается расслоение на две подрешетки) изучена релаксация параметра порядка, в качестве которого рассматривается половина разности концентраций на подрешетках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бокун Г.С., Ласовский Р.Н. Статистико-механическое описание эволюции межфазной границы в решеточной системе // Труды БГТУ. Сер. IV Физ.-мат науки и информ. – 2007. – Вып. XV. – С. 53–56.

2. Ласовский Р.Н. Моделирование по методу Монте-Карло разряда источника тока // Труды БГТУ. Сер. IV, физ.-мат. науки и информ. – 2005. – Вып. XIII. – С. 49–52.

Численное исследование турбулентного теплообмена при течении закрученного потока в канале

Матвиенко О.В., Руди Ю.А.
Томский государственный университет

Процессы тепломассопереноса широко распространены в современной энергетике, химической технологии, металлургии и других отраслях промышленности. Особую актуальность, в связи с многочисленными практическими приложениями имеет исследование теплопереноса в потоках с закруткой. Такой поток характеризуется специфическими, существенно отличающими его от осевого течения свойствами:

- соизмеримыми значениями осевой, радиальной и тангенциальной скорости;
- продольным и поперечным градиентом давления, большими градиентами осевой скорости в поперечном направлении, высоким уровнем турбулентных пульсаций;
- активным и консервативным воздействием центробежных сил на турбулентность в потоке.

Усовершенствованные методы расчета турбулентного переноса тепла основаны на решении точных уравнений для турбулентных тепловых потоков $\left\langle u_i^{'}T^{'}\right\rangle$, которые можно получить из уравнений движения и теплопроводности. Левые части этих уравнений выражают скорость изменения $\left\langle u_i^{'}T^{'}\right\rangle$. Использование корреляционных соотношений, выражающих величины, входящие в правые части уравнений переноса позволяет получить замкнутую систему уравнений:

$$\nabla\cdot\left[\rho\vec{U}\left\langle \vec{u}'T^{'}\right\rangle-\mathrm{Pr}_{ut}\,\mu_t\nabla\left\langle u_i^{'}T^{'}\right\rangle\right]=\mu_t\nabla\vec{U}\cdot\nabla T+\left\langle \vec{u}'T^{'}\right\rangle\left[C_{ut1}\nabla\vec{U}-C_{ut2}\frac{\varepsilon}{k}\right]\cdot$$

Величина $\left\langle u_i^{'}T^{'}\right\rangle$ зависит от условий подачи, предыстории потока и местных условий.

В настоящей работе проведено исследование влияние закрутки на формирования пульсаций температуры в потоке, а также исследованы характеристики теплообмена турбулентного закрученного потока в цилиндрическом канале.

Моделирование процессов распространения акустической волны и ее распада в области конвективного горения

Михайлов А.В.
Тульский государственный университет

Фундаментальные исследования процессов воспламенения и горения конденсированных сред с применением алгоритмов и схем сквозного вычислительного эксперимента, представляют всевозрастающий интерес с точки зрения установления и анализа новых, физических закономерностей наблюдаемых процессов [1].

Важным аспектом методологии сквозного вычислительного эксперимента, отличающей его от обычных методов численного и аналитического моделирования, является организация системного подхода к решению поставленной задачи. Моделируемые в такой постановке процессы воспламенения и горения конденсированных составов представляют особую сложность, определяя один из специфичных классов сопряженных задач механики реагирующих сред.

В докладе рассматриваются физические особенности процессов генерации акустических возмущений в области интенсивных физико-химических реакций в газовой фазе пограничного слоя. Согласно схеме, на подвижный слой горения оказывает воздействие волна, генерируемая на противоположном торце цилиндрического фрагмента (при $L<d$) воспламеняемой конденсированной среды.

При выходе волны A_0 на поверхность горения происходит ее распад с формированием волны отражения A_1, распространяющейся в конденсированной среде к источнику возмущения и волны преломления A_2, распространяющейся в области пограничного слоя газовой фазы продуктов горения.

При этом, если величина акустической жесткости газовой фазы стремится к аналогичной величине конденсированной среды, то отраженной волны не возникает и интенсивность преломленной волны A_2 совпадает с интенсивностью падающей A_0. Если же величина акустической жесткости газовой фазы существенно меньше данного показателя конденсированной среды, то амплитуда отраженной волны A_1 изменяет знак. Из анализа данной схемы следует, что интенсивность волны преломления A_2 определяет изменение граничных условий интегрирования уравнений переноса для области физико-химических реакций в газовой фазе.

Детальное рассмотрение данной схемы и анализ реализаций вычислительного алгоритма показывает, что представленный физический сценарий в полной мере соответствует условиям «медленного» ($u_m \sim 0$) горения конденсированной среды.

Для условий ускоряющегося горения ($du_m/dt>0$), возможным является следующее физическое представление. В n-ый момент времени, на контактной поверхности происходит распад волны с образованием волн отражения A_1^n и преломления A_3^n. При этом, последняя вступает во взаимодействие с волной отражения (n-1)–го момента времени A_1^{n-1}, что вызывает локальное увеличение давления в области газовой фазы продуктов $p(t,x)$ и необходимости переопределения краевых условий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов А.В., Лагун И.М. Вычислительное моделирование сопряженных физико-химических процессов воспламенения и горения в постановке сквозного вычислительного эксперимента. – Материалы конференции «Приоритетные направления развития науки», Нью-Йорк, США, 20-27 октября 2007 года – Реферативный журнал РАЕ «Фундаментальные исследования», № 12, 2007. – С. 139.

Математическая модель работы пористого кадмиевого электрода щелочных источников тока

Москвичев А.А., Козина О.Л., Гунько Ю.Л.
Нижегородский государственный технический университет

Пористые электроды - это сложные электрохимические системы, разрядные характеристики которых зависят от многих факторов. Оценка вклада отдельных факторов на емкость электродов при различных условиях эксплуатации может быть осуществлена с использованием математических моделей протекающих в них процессов.

В основу математического описания пористого кадмиевого электрода была положена наиболее распространенная в настоящее время модель единичной цилиндрической поры. Согласно этой модели пористый электрод аппроксимируется системой параллельных цилиндрических пор постоянного радиуса, пронизывающих электрод на всю его толщину. Электрохимический процесс происходит на поверхности этих пор.

Распределение тока по глубине пористого электрода может быть найдено решением системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d\Psi_p}{dx} = -\dfrac{1}{\chi_m^{ЭФФ}} j_p - \dfrac{RT}{F}\sum_{i=1}^{K}\dfrac{t_i}{z_i} grad \ln c_i \\ \dfrac{d\Psi_{тв}}{dx} = -\dfrac{1}{\chi_{тв}^{ЭФФ}} j_{тв} \\ \Psi_{тв} - \Psi_p - U_{ом} - E_{дифф} = f(j) \\ j_p + j_{тв} = I_ф \\ j = \dfrac{1}{S_{уд}}\dfrac{dj_{тв}}{dx} \end{cases}$$

где f(j) - выражение, описывающее скорость протекания электрохимической реакции; $\chi_{тв}^{эфф}$ и $\chi_{р}^{эфф}$ - эффективные значения проводимости активной массы и электролита, учитывающие структуру электрода; $\psi_р$, $\psi_{тв}$ – потенциал в растворе и твердой фазе соответственно; $j_р$, $j_{тв}$ – плотность тока в растворе и твердой фазе соответственно; R – универсальная газовая постоянная; T – температура, К; F – постоянная Фарадея; t_i и z_i - числа переноса и заряд ионов соответственно; $U_{ом}$ – падение напряжения в порах пленки; $E_{дифф}$ – диффузионный потенциал; $S_{уд}$ - удельная поверхность пористого электрода.

Разработанная модель позволяет рассчитать изменение поляризации, распределение тока, равновесную, реальную концентрацию гидроксокомплексов кадмия и электролита в порах, а также по толщине электрода. Производится расчет удельной поверхности, пористости электрода в процессе работы пористого кадмиевого электрода.

Математическое моделирование возникновения лесных пожаров в результате природных и антропогенных катастрофических явлений

Перминов В.А.
Беловский филиал Кемеровского государственного университета

В настоящее время возрастает актуальность изучения воздействия природных и техногенных катастроф на окружающую среду. Для исследования такого типа сложных явлений перспективно использование понятий и методов механики сплошных многофазных реагирующих сред. Наиболее опасными для населения Земли являются космические и техногенные катастрофы, в результате которых возникают массовые крупномасштабные пожары. Это вход и взрыв в атмосфере Земли крупного небесного тела, сопровождающийся мощным потоком излучения, взрывы химических продуктов, горение жидкостей в открытых резервуарах, ядерные взрывы - все эти явления могут привести к образованию огненных шаров. Опасность огненных шаров обусловлена их высокой температурой, большими размерами и возможностью передвижения в воздушных потоках. Поэтому они могут служить источниками возгорания и воспламенять по траектории своего движения горючие материалы. Данное явление может также возникнуть в результате природных катастроф (например, взрыв Тунгусского метеорита). Повышенное внимание к данной проблеме обусловлено также воздействием больших очагов горения на приземный слой атмосферы, что сопровождается климатическими (понижение температуры среды за счет задымленности территорий вызывает гибель или более позднее вызревание сельскохозяйственных культур) и экологическими последствиями. Исследование данных явлений основывается на численном решении уравнений Рейнольдса для турбулентного течения с учетом уравнений диффузии для химических компонентов и уравнений сохранения энергии для газовой и конденсированной фаз. Для получения дискретных аналогов использовался метод контрольного объема Патанкара – Сполдинга. Согласование полей скорости и давления осуществлялось итерационным образом в рамках алгоритма SIMPLE. В результате численного интегрирования получены поля температур, концентраций компонентов газовой фазы, объемных долей твердой фазы и векторные поля скорости в различные моменты времени. Процессы возникновения и перемещения зон горения отслеживается по перемещению изотерм высокотемпературной зоны. Распространение летучих горючих продуктов, снижение концентрации кислорода можно отслеживать по перемещению линий равных уровней для концентраций компонент. Метод математического моделирования позволяет изучать влияние различных внешних параметров (характеристики лесного массива, метеоусловия и т.д.) на скорость горения и форму контура пожара или концентрацию загрязняющих веществ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Кемеровской области (грант 07-01-96047).

О синергетических подходах к проблемам материаловедения

Прокопьев Е.П.
Институт теоретической и экспериментальной
физики им. А.И. Алиханова

В рамках синергетического подходов [1,2] продолжены исследования динамических превращений в атмосфере дефектов материалов процессе их синтеза и эксплуатации с использованием моделей колебательных реакций Лоттки-Вольтерра, брюсселятора, орегонатора, Шлегля и т.д. [1,2]. Показано, что эти колебательные реакции могут играть существенную роль в атмосфере дефектов. Установлено, что эволюция атмосферы дефектов, определяющая многие важные свойства материалов, допускает много решений: предельные циклы, неоднородные стационарные состояния, химические волны. Наибольший интерес представляет для качественного исследования эволюции в атмосфере дефектов точно решаемая модель брюсселятора, допускающая указанные выше типы решений. При включении диффузии реакционно-диффузионные решения для брюсселятора с использованием анализа устойчивости показывают, что потеря устойчивости может приводить к возникновению предельного цикла (бифуркация Хопфа) и к возникновению в атмосфере дефектов пространственно неоднородных стационарных состояний (бифуркация Тьюринга). Наряду с этим существует множество явлений, так как предельный цикл может зависеть от пространственных переменных и порождать химические волны. По-видимому, большинство квазихимических процессов в атмосфере дефектов материалов при их эксплуатации протекают за порогом устойчивости термодинамической ветви [1,2]. Отсюда следует, что оптимальные условия их эксплуатации связаны с серией последовательных неустойчивостей, аналогичных серии последовательных бифуркаций, которые приводят к состоянию атмосферы дефектов с повышенной когерентностью. Этот вывод имеет практическое значение для научных основ синтеза и эксплуатации технически важных и других материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. Введение. – М.: Мир, 1990.-342 с.

2. Пригожин И. От существующего к возникающему. – М.: Мир, 1985 -340 с.

Возможность волнового механизма анамально-глубокого проникания микрочастиц в прочные преграды

Ушеренко С.М., Симоненко В.А., Скоркин Н.А., Башуров В.В.
Центр экологического и техногенного мониторинга

Рассматривается гипотеза о характере и механизме сверхглубокого проникновения (СГП) отдельных частиц микронного размера в преграды при столкновении с ними порошкообразных потоков. Предполагается, что частица захватывается фронтом ударной волны, созданной в преграде порошкообразным потоком. Фронт в преграде имеет конечную, хотя и малую, толщину, сравнимую с размером микрочастиц. Из условия равновесия действующих на частицу сил следует, что при некоторых скоростях соударения, такой захват возможен и частица двигается со скоростью фронта волны, оставаясь на ней до тех пор, пока его не догонит волна разгрузки, после чего частица приобретает скорость частиц среды за фронтом, отстает от переднего фронта волны и в конце концов останавливается. Время, в течение которого частица «сидит» на фронте, определяет глубину проникания. Оценки показывают, что такой механизм обеспечивает проникновение на 1000 радиусов микрочастицы.

Модели, подобные описанной, предлагались неоднократно различными авторами. Менялся только механизм взаимодействия частицы и преграды. Модели захвата микрочастиц фронтом нам неизвестны. Библиография и краткое описание различных моделей приведена в «Инженерно-физическом журнале», 2002, том 75 №4 стр. 187-199. Однако ценность предлагаемой нами модели заключается в том, что численный эксперимент, проведенный по методике TWS подтвердил правомочность предложенного нами механизма аномально-глубокого проникновении – как нам известно, ни одна из описанных в ИФЖ моделей не получила численного подтверждения. Приводятся результаты расчётов с детализацией картины возникающей при проникновении микрочастицы обтекания её веществом преграды. Результаты расчётов согласуются с результатами натурных экспериментов.

Доклад иллюстрирован рядом «картинок» показывающих результаты численных экспериментов. Попутно не нашли экспериментального подтверждения ряд правдоподобных объяснений эффекта СГП из числа примерно полутора десятков имеющихся в настоящее время.

Модель изменения концентраций вредных выбросов автотранспортных потоков при использовании мобильных устройств очистки

Федотов В.Н.
Волгоградский государственный технический университет

На кафедре Автомобильный транспорт ВолгГТУ обоснована необходимость и возможность очистки воздуха автомагистралей крупных городов от антропогенного воздействия автомобилей мобильными комплексами. Устройства очистки, двигаясь в составе транспортного потока, нейтрализуя и отфильтровывая токсичные компоненты, создают градиент неоднородности в плотности воздуха. Для применения инженерных методов очистки воздуха автомагистралей важно иметь математический аппарат, моделирующий изменение пространственной неоднородности плотности атмосферного воздуха при взаимодействии всех составляющих транспортного потока.

Совокупность масс вредных выбросов автомобилей и нейтрализованных выбросов мобильными устройствами на участке автомагистрали может быть представлена взаимодействием двух скалярных полей концентраций с градиентами противоположных направлений в термодинамической системе. Линии уровня суммарного поля будут линии уровня постоянных значений концентраций, суммарный градиент которых в каждой точке перпендикулярен к линиям уровня и лежит в той же плоскости.

После нейтрализации концентрации токсичных компонентов в термодинамической системе не должны превышать $c^{j}_{\text{ПДК}}$ – предельно допустимые концентрации j – ого вредного вещества.

Следовательно, модель процесса нейтрализации выбросов ВВТП при движении автомобилей и мобильных устройств очистки в транспортном потоке по автомагистрали можно представить уравнением баланса функций координат точек заданных концентраций двух скалярных полей c1(R) и c2(R) и величины приведенной ПДК в одних пространственных и временных границах термодинамической системы: $c1(R) - c^{\text{пр}}_{\text{ПДК}} - c2(R) = 0$

Создание крупномасштабных электронных карт для прогноза лесных пожаров

Фильков А.И.
Томский государственный университет

В работах [1, 2] предложена новая детерминированно-вероятностная математическая модель прогноза лесной пожарной опасности, в которой наряду с элементами теории вероятностей используются детерминированные уравнения для описания сушки растительных горючих материалов, а также радиационно-конвективного теплообмена слоя РГМ с окружающей средой.

Модель проверена на основе анализа возникновения лесных пожаров в Тимирязевском лесхозе Томской области с 2000 по 2004 года [3].

Для визуализации результатов прогноза была создана электронная карта Жуковского лесничества Тимирязевского лесхоза Томской области, в соответствии с лесотаксационными описаниями, которая позволяет получать детальную информацию о лесорастительных условиях территории. В качестве топографической основы используется карта Томской области, имеющая следующие базовые покрытия: реки и озера, дороги, населенные пункты. В составе созданной цифровой карты имеются следующие тематические слои: квартальная сетка, кварталы лесничества и выделы. В качестве атрибутивной информации используется стандартное лесотаксационное описание выделов, а также данные о запасе, начальном влагосодержании и термокинетических постоянных, полученных в результате проведенных ранее экспедиций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гришин А.М. Моделирование и прогноз катастроф. Часть 1, Томск: Изд-во ТГУ, 2003, 524 с.
2. Гришин А.М., Фильков А.И. Прогноз возникновения и распространения лесных пожаров. – Кемерово: Изд-во Практика, 2005, 197 с.
3. Гришин А.М., Фильков А.И. Ретроспективный анализ системы прогноза лесной пожарной опасности // Экологические системы и приборы. 2005. № 8, С. 29-35.

Модели динамического уплотнения слабых грунтов тяжелыми транспортными системами

Шапиро В.Я.
Санкт-Петербургская лесотехническая академия

Тяжелые транспортные системы (ТТС) оказывают объемное разрушающее действие на почвы слабых грунтов особенно при многократных циклических нагрузках. Следствием этого является переуплотнение почв, которое приводит к необратимым экологическим последствиям при рекультивации земель и реализации технологий рационального народнохозяйственного землепользования.

Для решения данной проблемы была поставлена объемная динамическая задача о колебании ТТС при ее движении по почве, профиль которой является случайной величиной и задается корреляционной функцией воздействия с учетом дисперсии высоты неровностей.

Система дифференциальных уравнений для определения вертикальных, продольно-угловых и поперечных колебаний динамической ТТС с помощью преобразований Лапласа сводится к соответствующим передаточным функциям и амплитудно-частотным характеристикам. В итоге преобразований получены спектральные плотности и корреляционные функции колебаний ТТС в трех измерениях как оригиналы спектральных плотностей. Установлены значения средних квадратических отклонений амплитуд, приведенное значение которых принимается за коэффициент динамического давления ТТС на почву.

Далее в рамках реологической модели среды Фойгта рассматривается процесс уплотнения вязкопластического грунта под действием установленных динамических нагрузок. За фронтом волны сжатия предусмотрена возможность как роста напряжений (уплотнение почвы) так и их снижения (разуплотнения). Получены зависимости для определения относительной плотности почвы как функции реологического состояния, параметром которого выступает время релаксации напряжений.

Практический аспект выполненных исследований представляет собой ряд зависимостей, отражающих влияние количества допустимых циклов прохода ТТС по заданному профилю с предельно допустимым уплотнением его почвы.

Решение задач идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами бессеточным методом конечных элементов

Шестаков И.С.
Кемеровский государственный университет

Для численного решения ряда задач гидродинамики нередко используется метод конечных элементов (МКЭ), в основе которого лежит метод Галёркина, - при этом в качестве дискретизации расчётной области зачастую используют классическую триангуляцию Делоне (ТД). В результате в процессе решения задач могут возникнуть следующие проблемные ситуации:

1) неоднозначность построения ТД;

2) вырождение конечных элементов;

3) отсутствие перестройки сетки.

Всё это приводит к ухудшению точности численных расчётов и иногда даже к невозможности дальнейшего счёта.

Использование в качестве дискретизации расчётной области расширенной ТД [3] приводит к тому, что процесс разбиения области на конечные элементы становится однозначным.

Также расширенная ТД позволяет в ряде случаев избежать построения вырожденных элементов.

Расширенная ТД влечёт за собой проблему интерполяции неизвестной функции на произвольном конечном элементе, для решения которой используется интерполяция Лапласа [2].

Использование быстрого алгоритма построения конечноэлементной сетки Fortune на каждом итерационном шаге решает проблему отсутствия перестройки сетки.

В итоге бессеточный МКЭ с использованием расширенной ТД и интерполяции Лапласа в сравнении с другими методами [1] показывает достаточно высокую точность расчётов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев К.Е. КМГЭ для решения плоских задач гидродинамики и его реализация на параллельных компьютерах. – Кемерово: КемГУ, 2001. – 206 с.

2. Беликов В.В. Несибсоновская интерполяция – новый метод интерполяции значений функции на произвольной системе точек // Вычислительная математика и математическая физика. 1997. №1. – С. 11–17. Т. 37.

3. Del Pin Facundo The meshless finite element method applied to a lagrangian particle formulation of fluid flows. INTEC. 2003. – 162 P.

СЕКЦИЯ “БИОМЕХАНИКА”

Гидродинамический стенд для исследования искусственных клапанов сердца

Архипов[1] В.А., Березиков[2] А.П., Гидалевич[3] В.В., Попович[4] И.А., Цыба[1] Г.А.

[1]НИИ прикладной математики и механики ТГУ
[2]Томский политехнический университет
[3]Сибирский государственный медицинский университет
[4]Томский государственный университет

Успешное исследование искусственных клапанов сердца (ИКС), моделей искусственного сердца, аппаратов для механического массажа сердца возможно лишь в случае максимальной приближенности испытаний к условиям in vivo. С учетом этого требования с помощью методов теории подобия и анализа размерностей сконструированы, изготовлены и отлажены гидродинамический стенд (пульс–дупликатор) и прозрачная модель полостей сердца (блок визуализации потока в модели, имитирующей полости сердца и аорту). Установка включает стенды для испытания ИКС (имеется возможность испытания моделей искусственного сердца и ассисторов), системы привода, управления и контроля, регистрирующую аппаратуру. В настоящем сообщении представлены результаты отработки гидродинамического стенда и пульс–дупликатора для экспериментального исследования гидравлических и прочностных характеристик ИКС и протезов клапанов сердца.

Экспериментальный гидродинамический стенд обеспечивает плоский профиль скорости модельной жидкости перед входом в искусственные клапаны сердца; ламинарность потока в рабочем тракте установки; варьирование расхода жидкости в широком диапазоне; возможность работы в равномерном и пульсирующем потоке; возможность визуализации и видеосъемки процесса; измерение основных количественных характеристик (гидравлическое сопротивление, регургитация, расход, скорость жидкости, распределение статического давления и т. п.).

Разработанная экспериментальная установка позволяет проводить сравнительный анализ образцов ИКС и протезов клапанов сердца по различным параметрам, оптимизировать конструкции искусственных клапанов сердца, моделировать патологии путем установки в поток измененного клапана и выработки на основе моделирования рекомендаций по лечению.

Компьютерная методика оценки напряженно-деформированного состояния чрескостного остеосинтеза бедренной кости

Бегун П.И., Измайлова З.Т.
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

Цель: Построить компьютерную модель чрескостного остеосинтеза бедренной кости и провести оценку влияния мышечных усилий на напряженно-деформированное состояние при регенерации костных отломков.

Материалы и методы исследования: Модели чрескостного остеосинтеза бедренной кости построены в рамках механики трехмерного твердого тела. Введены следующие допущения:

1 – материалы костей, соединительных элементов, спиц, стержней и колец однородные и изотропные;

2 – среда сплошная, начальные напряжения в биологических структурах и во всех элементах конструкции аппарата, кроме спиц, отсутствуют.

Геометрические параметры бедренной кости заданы в соответствиис рентгенограмм пациентов с переломами бедра: ширина бедренной кости в прямой проекции со второго по шестой уровень лежит в диапазоне от 21 до 41 см, в боковой проекции в диапазоне от 20 до 35 см**.** Бедренная кость в проксимальной и дистальной областях имеет специфическую конусовидно-расширяющуюся форму.

Биомеханический анализ напряженно-деформированного состояния бедренной кости произведен в программе COSMOSWorks методом конечных элементов. Модель разбивалась на 70 тысяч конечных элементов.

Результаты работы. Исследования напряженно-деформированного состояния приведены при внешней нагрузке Р $=10^3$ Н, и поверхностной мышечной нагрузке, создаваемой большой ягодичной. Мышечная нагрузка задана в пределах от 10^3 до 310^3 Н. При 10^3 Н максимальное перемещение костных отломков относительно друг друга составляет 1 мм. Увеличение мышечной нагрузки от 10^3 до 310^3 Н приводит к увеличению смещения костных отломков, величина перемещения при мышечной силе 310^3 Н составила 2.34 мм, что может привести к неправильному срастанию костных отломков и к другим негативным последствиям.

Биомеханический метод оценки напряженно–деформированного состояния в кровеносных сосудах

Бегун П.И., Кривохижина О.В.
Санкт Петербургский государственный электротехнический университет

Цель работы. Создание биомеханического метода предоперационного прогнозирования состояния артериальных сосудов до и в результате коррекции.

Методы исследования. Интегральный компьютерный метод исследования напряженно-деформированного состояния кровеносных сосудов в реальном масштабе времени, представляющий симбиоз биомеханического компьютерного моделирования и анализа биологических структур по данным клинических (томографического, ангиографического, эхографического) исследований.

Результаты работы. Построены компьютерные модели и проведены исследования влияния геометрических параметров и механических свойств на: 1) напряженно-деформированное состояние стенозированных артерий в общем случае неравномерного профиля с криволинейными сегментами при их дилатации и стентировании. 2) критическое состояние артериальных сосудов, пораженных аневризмой.

Для выделения зоны сохранения сосудом функциональных упругих свойств, стенка сосуда разбита на 10 концентрических слоев равной толщины. Упругие свойства сохраняют слои, удаленные от оси кровеносного сосуда дальше слоя, в котором возникающие напряжения по Мизесу $\sigma \leq [\sigma]_{\phi}$, $[\sigma]_{\phi}$ – допускаемые физиологические напряжения. При дилатации стент испытывает упругие и пластические деформации. Величина упругого относительного удлинения определяет последействие стента. Проводится анализ напряженного состояния в каждом из 10-ти слоев сосуда и определяется, на каком слое напряжение не превышает допустимого физиологического. В программе SolidWorks сосуд перестраивается заново таким образом, чтобы можно было приложить нагрузку к внутренней стенке первого из слоев, сохранивших упругие свойства. Определяется давление, при котором слой, сохранивший свои упругие свойства, лишается напряженного состояния. Это то усилие, с которым стенка сосуда действует на стент. Суммарное упругое последействие стента складывается из упругого последействия самого стента и перемещения стента, вызванного упругостью дилатированного сосуда.

Результаты работы внедрены в клиническую практику.

Биомеханический метод исследования состояния мышечно-апоневротических структур в герниологии

Бегун[1] П.И., Лебедева[1] Е.А, Бага[2] Д.К.
[1]СПбГЭТУ «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
[2]СПбГМА им. И.И. Мечникова

Цель работы. Разработка метода и проведение исследований напряженно – деформированного состояния в структурах брюшной стенки и паховой области при развитии патологии и после реконструкции.

Методы исследования. Компьютерное моделирование и механика твердого деформированного тела. Экспериментальные исследования механических свойств тканей выполнены in vitro. Компьютерные модели реализованы при использовании модуля конечно-элементного анализа COSMOSWorks, интегрированного в систему пространственного моделирования SolidWorks.

Результаты работы. Построены компьютерные модели, учитывающие реальную геометрию и механические характеристики структур брюшной стенки и паховой области и проведены исследования напряженно-деформированного состояния, возникающего в структурах при развитии патологии и при назначении дозированных нагрузок после реконструкции. Проведены: 1. Анализ влияния внешних воздействий и механических свойств тканей на напряжения и перемещения в структурах передней брюшной стенки человеческого организма в норме, при развитии патологических образований в белой линии живота, при изменении формы патологического образования в белой линии, при ущемлении грыжевых ворот, после проведения различных видов герниопластики белой линии, в структурах паховой области при развитии косых и прямых грыж различной степени; 2. Сравнительный биомеханический анализ целесообразности применения герниопластики белой линии живота с использованием сетчатых имплантатов и герниопластики белой линии живота с применением собственных тканей (применение имплантата позволяет значительно снизить напряженно-деформированное состояние в области шва грыжевых ворот, и, следовательно, снизить вероятность возникновения рецидива); 3. Исследования герниопластики с различным расположением сетчатого имплантата по отношению к апоневротическим футлярам мышц.

Методика оценки напряженно-деформированного состояния в сегментах позвоночника

Бегун П.И., Цурова Н.Х.
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

Цель. Разработка компьютерных моделей и биомеханическое исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) в сегментах позвоночника.

Методы исследования. В работе использованы методы компьютерного моделирования (пакеты программ SolidWorks и CosmosWorks), механики твердого деформированного тела, клинические томографические данные.

Содержательная модель сегмента поясничного отдела позвоночника L4-L5 включает следующие биологические структуры: тело позвонка, верхний суставный отросток, поперечный отросток; остистый отросток, нижний суставный отросток, межпозвоночный диск. Введены следующие допущения: 1) материал костей, соединительных элементов однородный и изотропный; 2) среда сплошная, начальные напряжения в структурах отсутствуют.

Геометрическая модель здорового сегмента поясничного отдела позвоночника построена на основе данных, полученных в результате послойной визуализации томографических снимков. Модули нормальной упругости E и коэффициент Пуассона υ структур сегмента поясничного отдела позвоночника приведены в табл. 1:

Таблица 1.

Структура сегмента позвоночного отдела	E, Па	υ
Костный слой	$1{,}61 \times 10^8$	0,25
Спонгиозная часть	$0{,}75 \times 10^6$	0,45
Гиалиновая пластинка	$2{,}43 \times 10^8$	0,40
Межпозвонковый диск	57×10^6-105×10^6	0,40

Результаты работы. Разработан компьютерный метод исследования и анализа НДС сегментов позвоночника, позволяющий проводить прогнозирование их состояния при различных физиологических нагрузках. Проведены исследования зависимости экстремальных значений напряжений в структурах этого сегмента от прикладываемых физиологических нагрузок: осевой и изгибающих сегмент в продольном и поперечном направлениях.

Влияние гармонических возмущающих сил на динамику молекулы ДНК

Камлюк А.Н., Немцов В.Б., Ширко А.В.
Белорусский государственный технологический университет

Воздействие ультразвуком на молекулу ДНК, находящуюся в водном растворе, приводит к двунитевым разрывам ее цепей. Предполагается, что акустические колебания вызывают разрушение молекулы, так как они способны при достижении некоторой пороговой частоты звуковой волны инициировать кавитацию. Действительно, экспериментальные результаты, полученные в работе [1] свидетельствуют о том, что главный вклад в образование разрывов ДНК вносят именно механические силы. Однако непосредственное изучение влияния гармонических возмущающих сил на динамику структурных элементов молекулы ДНК с расчетом резонансных мод не проводилось.

Анализ динамических моделей ДНК [2] показал, что для изучения влияния гармонических возмущающих сил важно правильно выбрать модель конформационной подвижности структурных элементов ДНК. На базе разработанной обобщенной модели ДНК [3] были получены результаты по распространению акустических волн в макромолекуле [4], которая находится в водном растворе. Взяв за основу модели, описанные в работах [3, 4], мы провели исследование резонансных разрывов цепей молекулы ДНК, построили алгоритмы и создали пакет программ, позволяющий моделировать внешние механические воздействия в виде гармонических возмущающих сил и анализировать последствия таких возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гроховский С.Л. Специфичность расщепления ДНК ультразвуком // Молекулярная биология. – 2006. – Т. 40, № 2. – С. 317–325.
2. Yakushevich L.V. Nonlinear Physics of DNA. – Chichester: John Wiley. – 1998. – 204 p.
3. Nemtsov V.B., Kamluk A.N. Generalized dynamics of the conformational mobility in the DNA molecule // NPCS. – 2001. – V. 4, № 1. – P. 58–63.
4. Камлюк А.Н., Немцов В.Б. Распространение акустических волн вдоль молекулы ДНК в вязком окружении // Биофизика. – 2003. – Т. 48, №. 1. – С. 35–39.

Исследование режимов пульсирующего течения крови в кровеносном сосуде с эластичными стенками

Корнелик С.Е., Гришин А.Н., Дунаевский Г.Е.
Томский государственный университет

В работе проводится математическое моделирование пульсирующего ламинарного движения крови в осесимметричном эластичном фрагменте кровеносного сосуда без учета азимутальных движений вокруг оси симметрии. Полученные результаты демонстрируют наличие резонанса при определенных значениях частот и модулей эластичности стенки сосуда. Работа является продолжением исследований, начатых в [1, 2].

Опишем движение крови несжимаемой ньютоновской жидкостью, а стенки канала возьмем в виде тонкой цилиндрической оболочки Кирхгофа-Лява. Тогда рассматриваемая физическая система в цилиндрической системе координат (r, z), связанной с осью симметрии, будет описываться уравнениями:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t}+\vec{U}\cdot\nabla\Omega=\frac{1}{\alpha^2}\left(\nabla^2\Omega-\frac{\Omega}{r^2}\right),\ -r\,\Omega=D^2\Psi\ \text{, где } D^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=K\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{\nu}{R_m}\frac{\partial w}{\partial z}\right)-\frac{N}{\alpha^2}\left(\frac{\partial U_z}{\partial r}+\frac{\partial U_r}{\partial z}\right)+T_{rz},$$

$$\left(1+\frac{V}{4}R_i\right)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=-\frac{K}{R_m}\left[\frac{w}{R_m}+\nu\frac{\partial u}{\partial z}\right]+NP-2\frac{N}{\alpha^2}\frac{\partial U_r}{\partial r}+T_{rr},$$

$$2\left(\frac{U_r^2}{r^2}+\frac{\partial U_r}{\partial z}\frac{\partial U_z}{\partial r}-\frac{\partial U_r}{\partial r}\frac{\partial U_z}{\partial z}\right)=-\nabla^2 P,\ U_z=\dot{u}=\frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial r},\ U_r=\dot{w}=-\frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial z},$$

где Ω – завихренность, Ψ – функция тока, $\vec{U}=\vec{r}U_r+\vec{z}U_z$ – вектор скорости жидкости, P – давление, u и w – перемещения материальной точки срединной поверхности стенки сосуда в радиальном и продольном направлениях соответственно, T_{rr} и T_{rz} – проекции внешней поверхностной силы, приложенной к наружной стороне стенки сосуда, которые в первом приближении приняты равными нулю, α – параметр Вомерслея или нестационарное число Рейнольдса; K – безразмерный параметр, определяющий отношение между силами упругости, возникающими в оболочке под воздействием внешних растягивающих усилий и инерционными силами, которые сопровождают ее ускоренное движение; N – безразмерный параметр, характеризующий отношение массы жидкости, заключенной в трубке радиуса $R_m(0,0)$ к массе стенки, имеющей толщину h.

Математическим моделированием было проанализировано влияние параметра K на амплитуду установившихся колебаний стенки сосуда при различных значениях α. Анализ показал резонансное увеличение амплитуды колебаний стенки в окрестности значения $K \approx 1$. Параметр α отражает степень влияния эффектов вязкости и, как показали вычисления, его увеличение, приводит к уменьшению результирующего значения трения крови о стенку и увеличению амплитуды колебаний стенок сосуда.

Для демонстрации влияния параметра K на картину внутреннего течения было рассмотрено два случая: $K = 0.1$, $\alpha = 10$ и $K = 10$, $\alpha = 10$. Было показано, что количество вихревых структур в жидкости напрямую зависит от значения параметра K, так как он определяет скорость распространения возмущений в стенке сосуда, их амплитуду и их количество на длину взятого сегмента сосуда.

Вычислена зависимость расхода жидкости через систему от результирующего градиента давления в продольном направлении, полученную для устойчивого цикла осцилляций для различных значений параметра K и при зафиксированном параметре $\alpha = 10$. Была прослежена эволюция фазового сдвига между расходом и результирующим продольным градиентом давления в крови и было выяснено, что резонансу соответствует фазовый сдвиг примерно равный $\pi / 2$.

Физиологическое течение крови в крупных кровеносных сосудах соответствует случаю $\alpha \approx 5$, $K \approx 2$. Таким образом, в нормальной физиологической ситуации наличие резонанса исключено. Однако при патологиях, которые могут заключаться в уменьшении эластичности стенок сосудов или при учащенном сердцебиении могут создаваться условия, когда возможен резонанс и последующий разрыв сосуда.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.A. Kraenkel, S. Noubissie, P. Woafo A mathematical model for wave propagation in elastic tubes with inhomogeneities: Application to blood waves propagation. Physica D 236, 2007, pp. 131–140.

2. R. Ntchantcho, S. Noubissie, P. Woafo Numerical simulation of solitary blood waves in an elastic tube subjected to a localised deformation. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Volume 12, Issue 8, December 2007, pp. 1572–1583.

Стационарное течение крови в сосуде с локальным расширением под действием магнитного поля

Корнелик С.Е., Гришин А.Н., Дунаевский Г.Е.
Томский государственный университет

В работе рассматривается математическая модель движения крови в осесимметричной аневризме кровеносного сосуда с жесткими стенками, находящейся под действием постоянных магнитных полей различной напряженности. Полученные результаты демонстрируют влияние магнитного поля на характер течения крови и могут быть полезны для разработки аппаратных технологий профилактики и лечения тромбоза через воздействие магнитным полем. Работа является продолжением исследований, начатых в [1, 3].

Рассматривается задача о нестационарном ламинарном осесимметричном течении магнитной ньютоновской жидкости в канале с жесткими стенками, претерпевающим осесимметричное расширение в виде вздутия. Для решения поставленной задачи использовалась следующая система уравнений:

$$Sh\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \mathrm{Re}(\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V} = -\mathrm{Re}\nabla P + \nabla^2\vec{V} + Ha^2(\vec{V}\times\vec{B}_0)\times\vec{B}_0$$

$$div(\vec{V})=0, \quad div(\vec{B})=0,$$

где $\vec{V}$ – вектор скорости жидкости, P – давление, $\vec{B}_0$ – вектор напряженности внешнего магнитного поля, Sh – число Струхаля, Re – число Рейнольдса, Ha – число Гартмана.

Форму канала опишем функцией:

$$h(z) = h_0 + r_0(1+\sin((2\cdot\pi\cdot(z-L_1)/L_2)-\pi/2)),$$

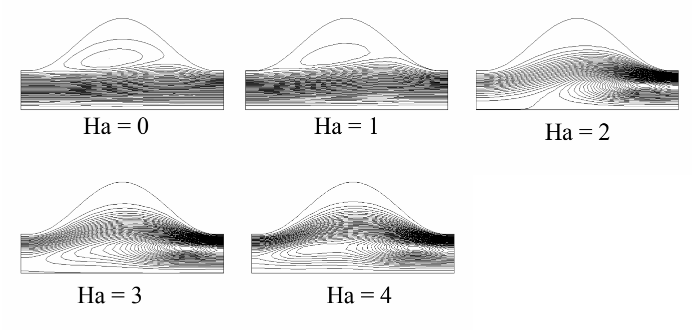
где h_0, r_0, L_1 и L_2 – геометрические константы, а z – координата, заданная осью симметрии.

Интегрирование уравнений динамики системы выполнено с помощью классического метода переменных направлений с записью определяющих уравнений в переменных завихренность – функция тока и преобразования системы координат согласно: $\zeta = z$, $\eta = h_0\cdot r/h(z)$.

Качество построенного алгоритма оценивалось проверкой интегральных и локальных законов сохранения массы и количества движения.

Фиксируя значения: $\mathrm{Re}=6.25$, $Sh=1$, что соответствует кровотоку в крупной кровеносном сосуде и анализируя результаты, полученные при стационарном течении для случая, когда вектор магнитной индукции направлен параллельное оси z, т.е. $B_0=(B_r,B_\varphi,B_z)=(0,0,1)$, где

B_r, B_φ, B_z – радиальная, азимутальная и аксиальная компоненты вектора напряжен-ности магнитного поля соответственно, получаем, для разных чисел Гартмана следующие картины течения:



Видно, что при значениях чисел Гартмана меньше $Ha = 2$ возникает вихрь в пазухе аневризмы, который затем разрушается под действием сильного магнитного поля. При относительно высоких значениях напряженности магнитного поля, когда $Ha > 2$, вихрь во вздутии не образуется. Аналогичные результаты были получены для случая $B_0 = (0,0,-1)$.

Анализ расчетных данных для нестационарного случая показал, что при определенных напряженностях внешнего магнитного поля в центральной части сосуда возникают зоны возвратного течения, что увеличивает интенсивность омывания полости пазухов аневризмы. Этот эффект представляет интерес для разработки и создания устройств для неинвазивной немедикаментозной профилактики тромбозов.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.Khan, C.Fetecau, T.Hayat MHD transient flows in channel of rectangular cross-section with porous medium. Physics letters A 369, 2007, pp. 44-54.

2. N.T.M.Eldabe, M.F.El-Sayed, A.Y.Ghaly, H.M.Sayed Peristaltically induced transport of a MHD biviscosity fluid in a non-uniform tube. Physica A 383, 2007, pp. 253-266.

3. E.E.Tzirtzilakis Biomagnetic fluid flow in a channel with stenosis. Physica D 237, 2007, pp. 66-81.

К моделированию работы биологического насоса

Улемаева С.А., Хакимов А.Г.
Институт механики Уфимского научного центра РАН

Моделирование процессов кровообращения с целью анализа влияния различных факторов на эффективность работы системы является актуальным. Но физика кровообращения такова, что «жидкость» является только важнейшим рабочим телом в системе кровообращения, а главную роль в движении играют упругие оболочечные системы, в которые подаются управляющие сигналы в заданные моменты времени определенной интенсивности в автоматическом режиме. Для жидкости при малых давлениях можно применить модель несжимаемой жидкости. Значение давления определяется количеством жидкости в упругой оболочечной системе.

Получено, что существует критическая масса жидкости в системе и соответствующее критическое давление, которые определяются минимальным значением критического давления для какого – либо элемента системы. После достижения критического давления увеличение массы жидкости в системе происходит при уменьшении давления. Также следует отметить, что увеличение массы жидкости в системе происходит за счет увеличения радиуса при уменьшении давления, что приводит к качественному изменению работы насоса. Получено, что главную роль в работе системы играют оболочечные системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ермолов В.В. Парадокс пары резиновых шаров. Сообщения лаборатории мягких оболочек. ДВВИМУ. ЦБНТИ ММФ. Вып. 14. Владивосток. 1971. С. 81-86.
2. Кузин А.А., Хакимов А.Г., Юхин Г.П. Моделирование напряженно-деформированного состояния мягкой оболочки (грыжи). Институт механики УНЦ РАН. Уфа. 1998. С. 32. (Препринт Института механики УНЦ РАН).

Оценка контактных взаимодействий переплетенных ветвей ДНК в плектонемической свивке

Ширко А.В., Камлюк А.Н.
Белорусский государственный технологический университет

При изучении сверхскрученной кольцевой ДНК под микроскопом всегда обнаруживали, что она является плектонемически переплетенной сама на себя с некоторой долей разветвленных структур, каждая из которых представляет собой свивку (см. рисунок).

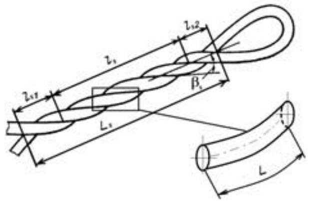


Рисунок – Схематическое изображение свивки молекулы ДНК

При теоретическом исследовании подобных структур учет самоконтакта между ветвями молекулы, находящейся в свивке, существенен, поэтому пренебрегать им нельзя. Для модели молекулы ДНК в виде упругого стержня с внутренней структурой [1, 2] нами были получены выражения для расчета изгибающего и крутящего моментов, интенсивности распределенной нагрузки, продольных и поперечных сил в ветвях молекулы ДНК находящейся в плектонемической свивке.

В данной работе для модели молекулы ДНК, учитывающей самоконтакт ветвей плектонемической свивки, дана оценка изменению контактных взаимодействий в зависимости от угла свивки β_s (см. рисунок), а также от соотношения жесткостей молекулы на изгиб и кручение, которые в свою очередь зависят от условий среды, в которой находится ДНК.

ЛИТЕРАТУРА

1. Камлюк А.Н., Немцов В.Б., Ширко А.В. Контактные взаимодействия ветвей сверхспиральных молекул ДНК // Труды БГТУ. Сер. физ.-мат. науки и информатика: Тр. / Бел. гос. технол. ун-т. – Мн., 2004. – Вып. XII. – С. 62–66.

2. Камлюк А.Н. Учет влияния исходной спиральности молекулы ДНК на силовые взаимодействия ее ветвей в сверхспирализованном состоянии // Труды БГТУ. Сер. физ.-мат. науки и информатика: Тр. / Бел. гос. технол. ун-т. – Мн., 2005. – Вып. XIII. – С. 57–59.

СЕКЦИЯ “ИСТОРИЯ, МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ”

Новые подходы к обучению математике

Гельфман Э.Г., Панчищина В.А.
Томский государственный педагогический университет

Основные направления деятельности современной общеобразовательной школы должны быть связаны не только с формированием знаний, умений и навыков, но и с развитием индивидуальных психологических ресурсов каждого ученика. Такое понимание модели современной школы среди многих других проблем выделяет проблему содержания школьного математического образования, решение которой невозможно без привлечения обучающих материалов нового поколения.

В связи с этим возникает задача создания учебно-методических комплексов, которые бы способствовали достижению новых образовательных результатов, необходимых для подготовки ученика к жизни в условиях современного информационного пространства. Коллективами Межвузовского центра интеллектуального развития личности и Института прикладной информатики ТГПУ разработан учебно-методический комплекс для учащихся 5-6 классов. Этот комплекс создает предметно-ориентированную среду, способствующую формированию и развитию познавательной и информационной компетентности учащихся.

Учителю предоставляется инструментарий для сопровождения процесса обучения математике и проектирования индивидуального образовательного маршрута ученика. Школьник учится использовать компьютер как инструмент развития своих способностей и как источник получения новых знаний.

Предполагается, что использование этого ИУМК позволит формировать не только заданные траектории обучения, но и произвольные (определяемые учащимся) траектории.

К вопросу обогащения педагогической технологии

Дроботун Б.Н.
Павлодарский государственный университет

Переход к гуманистической концепции высшего образования изменил цели математической подготовки, что привело, в соответствии с законами теории систем [1], к необходимости обогащения педагогической технологии посредством введения дополнительных частнодидактических принципов:

1) принцип методологической обусловленности обучения той или иной математической дисциплине предусматривает выделение, констатацию и актуализацию методологических средств педагогической технологии и типичных проявлений их применения в процессе получения знаний, составляющих содержание этой дисциплины, выявление внутренних механизмов и логики его развития и системной организации;

2) принцип идейно-содержательной мотивации обучения конкретной математической дисциплине предполагает последовательное выявление первичных идей, интуитивно-содержательных предпосылок, раскрывающих смысл исторической необходимости и логической обусловленности введения новых понятий, обоснование концептуальных положений, принципов и теорий в их органичном и взаимообогащающем развитии,

как обязательных связующих элементов в логическом отражении естественно-исторического пути происхождения знаний, составляющих предметное содержание этой дисциплины;

3) принцип предметно-стимулирующего самопознания в процессе обучения математической дисциплине предполагает обеспечение, в рамках предметного содержания этой дисциплины, посредством структурно-композиционного строения, формы и стиля изложения, особенностей методологического показательно-демонстрационного сопровождения, актуализации оперативных, эвристических и эстетических функций символической компоненты ее языка, условий формирования способностей к самопознанию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. – М: Педагогика, 1989. – 194 с.

Абстрактное и конкретное, простое и сложное в курсе математики технического вуза

Ельцов А.А., Ельцова Т.А., Магазинников Л.И.
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

В последнее время появилась тенденция упрощённого изложения курса, выдача рецептов решения задач в ущерб логической стройности. С другой стороны, развитие техники и появление, в связи с этим новых специальностей меняет содержание математической подготовки инженеров. Требуются не изучаемые ранее в курсе математики технического вуза разделы, которые трудны для понимания, так как отличаются большим уровнем абстракции.

Структурный анализ курса позволил выявить группу базовых понятий, на основе которых, не скатываясь к упрощенчеству, мы и предлагаем строить курс.

1. Линейная алгебра. Базовым является понятие линейного пространства. Начинать с них, конечно не стоит. Мы начинаем с матриц и действий над ними. Это достаточно формализованный аппарат и легко усваивается. Кроме того, данный материал даёт примеры линейных пространств.

2. Теория предела. Базовым является понятие окрестности точки. Вводим понятие окрестности на прямой, плоскости и в пространстве. Изучение теории предела с помощью различных баз систем окрестностей точек, являясь более геометрическим, упрощает изложение, лучше понимается студентами.

3. Дифференциальное исчисление. Базовой является задача линеаризации, с постановки которой и, как следствие, с введения дифференциала, начинаем изложение. Очень большую информационную насыщенность приобретают формулы производной и дифференциала сложной функции.

4. Интегральное исчисление. Схема построения интеграла Римана одна для пространств любой размерности. Последовательно реализуем эту схему на прямой, плоскости и в пространстве. Формула замены переменных доказывается одинаково.

5. Ряды по ортогональным системам функций. В инженерной практике всё чаще используются ортогональные системы функций, отличные от тригонометрической. Поэтому теорию рядов Фурье лучше излагать для произвольных ортогональных систем функций.

Изучение общего случая, до изучения частных, часто ярче высвечивает суть вопроса, делает изложение более понятным.

Школьная математическая конференция

Еремеенко Л.А., Шишкина Е.В.
Средняя школа №47 г. Томска
Томский государственный университет

В средней школе №47 г. Томска накоплен многолетний опыт проведения школьных математических конференций. Подготовка к таким конференциям обычно проводится в математических кружках, факультативах, при выполнении индивидуальных творческих заданий.

Обычно доклады, презентации готовятся учащимися с 5 по 11 классы. Они включают в себя исследовательские работы учащихся, обобщение их опыта по изучению отдельных тем программы с актуализацией знаний, практическими применениями и интеграцией на другие предметы. Лучшие работы представляются на конференциях, проводимых при ВУЗах г. Томска. За активное участие в научных конференциях при ВУЗах наши ученики неоднократно получали грамоты, денежные премии и другие поощрения.

Индивидуальная работа по подготовке к математическим конференциям повышает интерес к изучению математики не только у участников, но и многих других учащихся школы. В результате ученики более уверено и осознанно выбирают ВУЗ и даже факультет для продолжения образования.

Назовем несколько тем, над которыми работали учащиеся нашей школы в этом учебном году. К ним относятся: «Построение графиков сложных функций методом «рамок», «Геометрические задачи повышенной трудности», «Элементы комбинаторики и ее приложения к задачам теории вероятностей» и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шварцман З.О., Кузьмина Л.М. Совершенствование знаний по математике у будущих абитуриентов / Вопросы методики преподавания математики в вузе. – Томск: Изд-во ТГУ. 1990. – С. 49-54.

Преподавание математики в профильных классах при университете

Зеленский А.С.
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

При механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова около 20 лет назад были организованы профильные классы на базе нескольких московских школ, обучение в которых имеет главной целью развитие общей математической культуры. Школьников здесь учат «учиться»: планировать свое время; отвечать за уровень своих знаний; правильно формулировать задачу; уметь осмыслить, что и зачем решается [1].

В докладе рассматриваются основные проблемы, возникающие в процессе функционирования таких классов, которые присущи большинству школ работающих в системе «Школа – вуз».

Акцентируется внимание на следующих вопросах:

1. Прием в школу. Как определить способности и оценить уровень знаний. Что делать со способными школьниками, которые имеют невысокий уровень математических знаний.

2. Проблема разного начального уровня подготовки. Как организовать первый этап обучения (его длительность – примерно полгода), который ставит своей задачей повышение уровня имеющихся знаний у всех учащихся и уменьшение разрыва в уровне между самыми «сильными» и самыми «слабыми».

3. Задачи с параметрами как цель (умение их решать является необходимым для конкурентоспособности выпускника школы) и как средство (они оказались чрезвычайно удобными для ликвидации математических пробелов школьников).

4. Проблемы оценивания деятельности учащихся на уроках математики. Сформулирован ряд принципов выставления школьных оценок в профильной школе.

5. Некоторые методические приемы. В частности, активно используются методики, в которых учащимся предлагаются ошибочные способы решения задач (или решения с недочетами) [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1985.
2. Зеленский А.С. Улучшение математической подготовки учащихся с помощью специально сконструированных ошибочных решений, определений и теорем / Образовательные технологии. Научно-технический журнал. – 2006. – № 3. – С. 29–32.

Методика генерации некоторых олимпиадных задач по математике

Лугина Н.Э., Коротченко Г.А.
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Ежегодно каждый вуз г. Томска проводит предметные олимпиады, результаты которых засчитываются в качестве вступительных экзаменов. Перед предметными комиссиями встает задача составления таких заданий, которые позволят не только оценить уровень знаний поступающего, но и уровень математического и логического мышления, первоначальные навыки исследовательской деятельности. Именно поэтому в течение нескольких последних лет в вариантах олимпиадных заданий по математике в ТУСУРе предлагаются задачи с параметрами.

В данной работе рассматривается метод генерации широкого класса уравнений с параметрами. Метод иллюстрируется примерами сгенерированных задач и их решениями.

Проведена классификация типов задач с параметрами. Генерация задач с параметрами произведена по особенностям математической деятельности, необходимой для решения задачи в сочетании с концепцией равносильности математических высказываний, реализованной в виде логической схемы рационализации и алгебризации, то есть замены исходных уравнений на равносильные им рациональные алгебраические.

По результатам исследования сгенерированы задачи, которые включены в олимпиадные задания 2008 года. Это позволило создать равноценные по уровню сложности задания, а также выявить способных к будущей исследовательской деятельности абитуриентов. Данная методика может служить алгоритмом для разработки компьютерной программы генератора задач, а также поможет при проведении занятия по теме «Решение задач с параметрами».

ЛИТЕРАТУРА

1. Математика 2004. Варианты заданий по математике на вступительных экзаменах в РЭА им Г.В. Плеханова в 2004 году. – 100 с.

2. Говоров В.М., Дыбов П.Т., Мирошин Н.В., Смирнова С.Ф. Сборник конкурсных задач по математике (с методическими указаниями и решениями). – М.: Наука, 1986. – 384 с.

Учебно-программный методический комплекс по теории вероятностей

Лугина Н.Э., Магазинников Л.И.
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

В данной работе рассматривается разработка и создание учебно-программного методического комплекса по теории вероятностей.

Учебно-программный комплекс включает в себя теоретический курс, практикум, электронное учебное пособие и банк заданий.

Наиболее важной частью комплекса является банк задач с параметрами. Банк состоит из так называемых базовых задач и включает в себя большое количество задач с параметрами, которые охватывают практически все темы курса: от задач на классическое определение вероятности события до задач на непрерывные двумерные случайные величины и элементы математической статистики.

Для примера базовой задачи приведем задачу о стрелках: "*Три стрелка произвели залп, причем одна пуля поразила мишень. Вероятности попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелком равны P_1, P_2, и P_3 соответственно. Найдите вероятность того, что второй стрелок поразил мишень*".

Числовые данные в такой задаче варьируются в разумных пределах. Условие задачи также можно легко изменить, потребовав, например, чтобы две пули поразили мишень и т.п. Таким образом, из одной базовой задачи можно получить большое количество «одиночных» задач с различными числовыми данными и различными формулировками с целью закрепить теоретические знания той или иной теоремы или формулы. По заранее разработанному алгоритму компьютер выдает верный ответ. Текст задачи или задания в целом может быть распечатан на бумажном носителе или показан на мониторе. Банк задач может быть разбит на циклы. Задания могут быть предложены в любом порядке. Банк содержит около 200 базовых задач. Благодаря введению параметров в каждую задачу, повторение одних и тех же задач маловероятно, выбор задач также случаен.

Созданный учебно-программный методический комплекс прошел длительную апробацию и показал свою пригодность и эффективность.

Развитие автоматизации контроля в обучении математике

Несмеев Ю.А.
Магнитогорский государственный технический университет

Подытоживаются наработки автора в развитии такой автоматизации самоконтроля и внешнего контроля при решении математических задач с параметрами, которая распознаёт правильность ответа по коду. Наработки частично отражены в восьми публикациях, например, в материалах четырёх научно-методических конференций (2001 – 2007 г.г.) «Современное образование». Компонентами развития являются способ кодирования ответов и подготовка дидактических материалов.

Развитие способа кодирования ответов происходило в направлении компьютеризации применения известного способа кодирования и в направлении создания двух новых способов кодирования. Известным способом кодирования был способ, разработанный на кафедре высшей математики в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). Для всех разновидностей этого способа были найдены и применены в компьютерных программах аналитические зависимости по нахождению кода ответа. Первым новым способом кодирования стал код ПРОМЕЖУТОК, позволивший кодировать ответы, представленные с заданной точностью. Второй новый способ кодирования призван поддерживать работу автомата или его компьютерной модели для выставления оценок. Развитие подготовки дидактических материалов было направлено на обеспечение обучаемых индивидуальными вариантами задания. Для контрольного задания готовились 150 вариантов, для рядового – 30 или 150 вариантов. При использовании известного способа кодирования обучаемый при самоконтроле должен вводить код ответа и ответ в контролирующее устройство «Символ», созданное в ТУСУРе. При использовании новых способов кодирования должны вводиться: номер фамилии и один ответ (в компьютер); номер фамилии и пять ответов (в автомат или компьютер). На рядовом занятии применение модели автомата сочеталось с обращением к контролирующему устройству «Символ».

Обогащение предметно-практического опыта на уроках математики

Новикова Л.Ю.
Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске

Интеллектуальные возможности личности – один из базовых психологических ресурсов, который лежит в основе инициативного и разумного отношения к действительности. Попытки перестроить процесс обучения с учетом психологических закономерностей учебной деятельности привели многих зарубежных и отечественных исследований к идее о необходимости организации обучения на основе «индивидуального опыта учащихся». При этом отмечается важнейшая роль в процессах познания интуитивного знания, предметно-практического опыта учащихся.

Актуализации и обогащению предметно-практического опыта способствуют специально сконструированные тексты. Нами разработаны такие тексты для изучения математики в 5-6 классах. Первый тип текста назовем «текст-лабораторная работа»: лабораторная работа-наблюдение, лабораторная работа-действие с предметами, лабораторная работа-эксперимент.

Лабораторные работы могут быть введены на разных этапах процесса обучения и носят характер регулятивных текстов, так как в них четко описываются те процедуры, которые должен выполнить ученик. Так, например, разработанная нами серия лабораторных работ помогает учащимся подойти к понятиям «отношение чисел», «пропорции».

Мотивации изучения новых понятий математики, формированию умений использовать полученные знания в различных случаях способствует «текст-практическая ситуация». Эти тексты дают возможность учащимся ощутить недостаточность имеющихся знаний для успешности в решении определенных задач, могут служить началом проектной деятельности.

Разработанная система текстов, способствующая обогащению предметного опыта учащихся, прошла экспериментальную проверку в школах г. Томска. Результаты эксперимента показали, что учащиеся усвоили успешно изучаемые понятия, научились их применять на практике.

Компьютерные технологии при изучении геометрии в старших классах в общеобразовательной школе

Перевозчикова О.И., Безнощенко О.А.
Средняя школа № 47 г. Томска
Томский государственный университет

Рассматриваются возможности использования компьютера на уроках математики для повышения качества знаний и умений старшеклассников. В частности, останавливаемся на применении программно-методических средств для повышения эффективности изучения тех тем в геометрии, которые при традиционной форме обучения вызывают у учащихся трудности в усвоении.

Например, при изучении темы «Многогранники» в качестве программного обеспечения используется пакет трехмерной графики 3D Studio MAX 3.1. Одним из преимуществ этого пакета является то, что конечный результат моделирования может быть сохранен в виде видеоклипа, не требующего для своего воспроизведения самой программы.

Применение на занятиях математики компьютерных технологий поможет учителю управлять учебной деятельностью школьников, усиливают наглядность учебного материала, используя цвет, мультипликацию и т. п.

При изучении темы «Сфера» использовали программу «Виртуальная школа Кирилла и Мефодия, уроки геометрии для 11 класса». Можно отметить положительное влияние компьютерных технологий на концентрацию внимания учащихся на урочных и внеурочных занятиях.

Предложены конкретные методические приемы по использованию программных средств на занятиях по математике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шварцман З.О. Изучение информационных технологий в классическом университете будущими преподавателями математики и информатики // Открытое и дистанционное образование. – Томск: Изд-во Том. Ун-та. – 2002. – №4. – С. 44-46.

2. Концепция структуры и содержания общего среднего образования (в 12-летней школе) // Математика в школе. – 2000. – №2. – С. 6–13.

Проектная деятельность как средство реализации развивающей функции обучения математике

Подстригич А.Г.
Томский государственный педагогический университет

Содержание математического образования состоит из разного рода элементов: знаний, способов деятельности, средств творческого освоения знаний, средств различного рода эмоционального воздействия и др. и должно быть ориентировано на реализацию развивающей функции обучения математике, на создание условий для образования математических понятий, развития творческих способностей обучающихся, способности рассуждать, обосновывать, доказывать, для формирования рефлексии, мотивации учебно-познавательной деятельности.

При этом для понимания математического содержания чрезвычайно важен анализ смысловой его структуры, закономерных связей между его элементами. Необходима самостоятельность осмысления и суждений, которая активно формируется при исследовательском обучении, использовании проблемных ситуаций, требующих постановки проблемного вопроса и поиска правильного ответа на него, высказывания догадки, проверки результата.

Чтобы понять, увидеть математическую истину, сознанию необходимо прийти в определенное расположение, обрести структуру. На наш взгляд, этому может способствовать реализация проектной деятельности учащихся на уроках математики. Проектные задания, диалоги, сведения из истории, научно-популярные тексты по математике и т.п. – они несут в себе форму, структурирующую сознание. Учебный проект создает дополнительные сферы самореализации учащихся, условия для общения, сотрудничества, организации взаимопомощи, взаимообучения и взаимоконтроля, расширения социального опыта школьников. Предоставляет возможность определения индивидуальной образовательной траектории ученика, темпа его продвижения – интеллектуального роста. Наиболее полная реализация интеллектуально развивающих возможностей проектной деятельности возможна при внедрении в практику школ современных инновационных технологий (приемов активизации учебно-познавательной деятельности учащихся): технологии развития критического мышления, портфолио, технологии сотрудничества, кейс-методики и др.

Предварительная подготовка учащихся к обучению

Рахымбек Д., Тиликбаева Г.Т.
Южно-Казахстанский государственный университет
Алматинский гуманитарно-технический университет

Сущность современного образования заключается в широком использовании различных методов и приемов формирования личности, в развитии у учащихся психических процессов и развития на их основе мировоззрения детей. Главная цель образования проявляется в синтезе общекультурных, научных и прикладных целей. Среди учебных дисциплин роль геометрии чрезвычайно велика. В кругу дисциплин математического цикла она считается сложной дисциплиной, с ее помощью мы знакомимся с окружающим миром. Геометрия ставит целью в целом интеллектуальное, общекультурное развитие учащихся. Как учебная дисциплина, она, рассматривая главные проблемы математического развития, осуществляет целостное формирование личности с помощью математических средств. Для достижения поставленных в учебном процессе целей учащиеся должны овладеть пространственными, структурными, метрическими, интуитивными, логическими, символическими компонентами. Достижение же цели поможет решить следующие проблемы:

- развитие способностей учащихся к образному, практическому, логическом мышлению, обогащение словарного запаса;
- приобретение навыков использования геометрических знаний в профессиональной деятельности, на практике;
- организация подготовительной работы к усвоению систематического курса геометрии.

Предварительная подготовка учащихся 5-6 классов к обучению геометрии опирается на целостное и системное определение содержания обучения и методологических основ этой подготовки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глейзер Г.Д. Каким быть школьному курсу геометрии // Математика в школе. – 1991. – № 4.
2. Гарибьян Р.Б., Марков Н.Г. Анатомия и физиология человека. – А.: Мектеп, 1973.
3. Якиманская И.С. Развивающее обучение. – М.: Педагогика, 1979.

Проблемы обучения геометрии в современной школе

Сазанова Т.А.
Томский областной институт повышения квалификации и переподготовки работников образования

Современное содержание школьного образования должно обеспечивать выпускнику возможности не только успешно функционировать в современном обществе, но и действовать самостоятельно, творчески. Изменения в социальной жизни ведут к тому, что наиболее значимыми и востребованными становятся инициатива, креативность, гибкость мышления, умение делать выбор, вести диалог, личная ответственность, способность к смене видов деятельности, адаптивность. Компетентностный подход к формированию содержания образования предполагает усиление деятельностной направленности.

Хорошо известно, что геометрия является мощным средством образования и развития личности в самом широком смысле. Современная наука и ее приложения немыслимы без таких разделов геометрии как топология, дифференциальная геометрия, алгебраическая геометрия, теория графов, фрактальная, компьютерная геометрия и др. Процесс обучения геометрии включает самые разнообразные виды деятельности, имеет большое развивающее значение.

Компетентностный подход можно эффективно реализовать на геометрическом материале. Разработаны отдельные темы и курсы, в которых углубленно изучаются разделы, входящие в обязательную программу: «Группы преобразований плоскости», «Инверсия»; или не входящие в нее: «Дихотомия и Золотое сечение», «Аффинные преобразования»; прикладные: «Элементы сферической геометрии и картография», «Законы перспективы», «Модели многогранников»; межпредметные: «Геометрия кристаллов», «Фрактальная геометрия природы», «Золотое сечение в ботанике»; «Перспектива-основа живописи», «Симметрия-гармония мира», «Пять Платоновых тел», «Компьютерная графика», «Геометрия и искусство» и другие.

При проведении занятий следует использовать различные формы, технологии, новые технические средства, электронные учебные пособия, ИКТ. Геометрическое содержание курсов предоставляет богатые возможности для реализации преимуществ деятельностного подхода в обучении.

В результате у школьников формируются компетенции: они учатся извлекать пользу из опыта, организовывать взаимосвязь знаний и упорядочивать их, самостоятельно заниматься обучением, занимать позицию в дискуссиях и выковывать свое собственное мнение, работать в группе, организовывать свою работу, находить новые решения. Именно от этого во многом зависит их успешность в решении конкретных жизненных задач.

К вопросу о преемственности в современном математическом образовании

Солдатова Г.Т.
Российский государственный
профессионально-педагогический университет

На современном этапе социально-экономического развития страны существенно возрастает роль образования, способного воспитать конкурентоспособную, гибкую личность, способную осваивать большой поток информации.

Непрерывность профессионального образования – наиболее перспективный путь формирования такой личности. А преемственность в образовании является одним из дидактических средств обеспечения непрерывности.

В качестве одного из путей решения проблемы преемственности в обучении мы предлагаем рассмотреть идею укрупнения. Данная идея использована при построении учебного процесса по технологии П.М. Эрдниева – укрупнение дидактических единиц.

Наиболее разработанной идея укрупнения оказалась в обучении математике, в основном в обучении школьников. Однако теория укрупнения дидактических единиц сегодня все сильнее становится востребованной и в системе вузовского образования.

Ядром данной технологии является положение об укрупненном подходе к организации содержания учебного материала, согласно которому, рассматривая взаимосвязи и взаимопереходы, следует выделить крупными блоками целостные группы родственных единиц этого содержания. Тем самым, смысл укрупнения дидактических единиц – во временном и территориальном сближении родственных блоков учебного материала, что реализуется путем одновременного изучения прямых и обратных действий с использованием определенного типа упражнений – многокомпонентных заданий. Следует отметить, что укрупнение – не объемное увеличение учебного материала, а способ его рассмотрения в более крупном плане изучения.

Применение данной технологии способствует целостному восприятию дисциплины, а значит, может являться одним из путей обеспечения преемственности в математическом образовании.

Открытая модульная система по математике

Томиленко В.А.
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Система состоит из отдельных модулей: информационные модули, тренажёры и инструменты, мультимедиа, демонстрационные модули, самостоятельные работы, индивидуальные задания, контрольные работы и т.д.

Информационный модуль (теория) является управляющим модулем. Из информационного модуля вызываются другие модули системы. Информационный модуль пишется на Latex и конвертируется в формат pdf. При этом используется цвет и цветная графика. Система содержит несколько информационных модулей, охватывающих теоретический материал всего курса высшей математики. Возможно написание одного и того же модуля различными преподавателями, что обеспечивает вариативность изложения курса высшей математики. В информационных модулях подробно разбираются решения типичных задач, при этом часто используется “слайдовая технология” отображения решения задачи. При написании информационных модулей используется гипертекстовая технология. Возможен переход из одного информационного модуля в другой и после длительной работы с новым модулем возвращение в исходный модуль на место вызова, закрыв новый модуль кнопочкой «Close».

К основным преимуществам открытой модульной системы относятся: информационные модули пишутся преподавателями кафедры без участия программистов; написание остальных модулей предполагает участие квалифицированных программистов, но пишутся они независимо друг от друга различными коллективами программистов и допускают многократное использование различными преподавателями; открытость системы позволяет перерабатывать отдельные модули, добавлять новые, основанные на неизвестных в данный момент идеях; для полноценной работы с системой достаточно свободно распространяемых программ Adobe Acrobat Reader v5.0 и выше, FlatGraph и MathematicaPlayer.

К вопросу о взаимосвязи принципов фундаментализации и профессионально-педагогической направленности в преподавании курса алгебры

Цыбикова Л.Х.
Бурятский государственный университет

Сегодня ощущается острая потребность в системном анализе соотношения принципов фундаментализации и профессиональной направленности образования. Фундаментализация подготовки преподавателя математики раннее рассматривалась в отрыве от будущей профессии студента, игнорировалось качественное своеобразие квалификации со специфическими характеристиками. В сущности, содержание процесса подготовки преподавателя математики рассматривалось как процесс ее фундаментализации.

В концепции устойчивого развития фундаментализация образования, по мнению Л.В. Хазовой [1], решает задачи обоснованной переработки, оптимальной концентрации, "свертывания", нахождения инвариантов знаний и методологий, входящих в базовый слой культуры, чтобы, не перегружая информацией, включить в содержание обучения главное, нетленное, обеспечивающее новое миропонимание.

Анализ теории и практики позволяет поставить проблему: каковы общетеоретические основы диалектического соотношения принципов фундаментализации и профессиональной направленности подготовки преподавателя в условиях гуманизации и гуманитаризации образования, в частности в преподавании курса алгебры? Каковы возможности преодоления противоречий принципов фундаментализации и профессиональной направленности, каков механизм формирования содержания и структуры процесса обучения алгебре как результата противоречивого взаимодействия фундаментализации и профессиональной направленности, и как это отражается на целостности подготовки преподавателя математики?

Для этого необходимо провести обоснованный логико-дидактический анализ содержания вузовского курса алгебры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хазова Л.В. Концептуальные основы и опыт модернизации образования: гуманистические и гуманитарные аспекты. – Красноярск: Изд-во КГТУ, 1997. – 187 с.

О роли метода проектов в формировании рефлексивного опыта будущего учителя математики

Цымбал С.Н.
Томский государственный педагогический университет

От сегодняшнего учителя требуются умения критически оценивать педагогические проблемы и находить пути их решения, адекватно изменять свою деятельность с учетом требований педагогической ситуации, делать осознанный и обоснованный выбор элементов содержания образования и методов обучения при проектировании урока и др. Поэтому одной из важнейших задач обучения в педагогическом вузе является формирование рефлексивного опыта будущего учителя как фактора развития профессиональной компетентности педагога.

На наш взгляд, решение данной проблемы может быть связано с построением курса теории и методики обучения математике, реализующего проектный метод обучения.

Многие годы в Томском государственном педагогическом университете в рамках курса теории и методики обучения математике деятельность студентов организовывается в форме учебных проектов, направленных на конструирование разных видов методических текстов.

Для организации такой деятельности нами были выделены основные этапы проектной деятельности студентов: мотивационный, поисковый, обогащающий, конструктивный, диагностический.

Одним из способов организации проектной деятельности будущих учителей математики, на наш взгляд, является постановка системы заданий. С этой целью нами разработаны интегративные обучающие задания для студентов по изучению темы «Формирование математических понятий».

Эксперимент показал, что применение проектного метода обучения с использованием системы интегративных обучающих заданий способствует формированию у студентов умений выстраивать содержание учебного материала в зависимости от результатов учебной деятельности учащихся, планировать стратегии обучения, направленные на индивидуальное развитие каждого учащегося, и др.

Геометрические аспекты философского смысла знания

Чупахин Н.П.
Томский государственный педагогический университет

Наука как часть культурного мира в каждой своей области знания (математика, естественные и гуманитарные науки) обладает своей собственной культурой предмета и своей предметной культурой, состоящей из философских оснований, методологии, методов, средств и возможностей исследования. Культурный мир фундируется смыслом, который, в свою очередь, есть биективное соответствие между потенциальными потребностями и актуальными возможностями. Потребности - это необходимые потенциальные возможности (условия) бытия сущности, удовлетворяемые достаточными актуальными возможностями ее сохранения. Таким образом, смысл - необходимое и достаточное условие бытия. Культура науки, являясь культурой знания, состоит из траекторий смысла объектов исследования органической, неорганической и суперорганической сфер, последняя из которых, по определению П.А.Сорокина, состоит из двух первых сфер, пронизанных нематериальным компонентом смысла. Входящие в нее культура философии и культура математики, следовательно, одинаково структурированы как научные знания.

Автором предлагается следующая, общая для всей науки структура, состоящая из следующих основных элементов: 1) основное множество; 2) обозначения (язык, терминология); 3) основные отношения (аксиомы, категории); 4) производные отношения (теоремы, законы); 5) инвариантные отношения (инварианты, характеристические свойства); 6) отношения классов (классификация). С помощью этой структуры строится геометрическая модель пятимерного проективного пространства, гиперквадрика Плюккера-Клейна в котором является базой грассманова расслоения множества всех прямых трехмерного проективного пространства. Подмногообразия на базе суть траектории смысла. В слоях грассманова многообразия прямых им соответствуют отношения философских понятий, оппозиции которых - базисные точки этих прямых. Замкнутость проективной прямой отражает принципы диалектики, заложенные в логике науки Гегеля. Исследование семейств прямых и плоскостей, осуществленное школой Л.З. Круглякова, дает возможность моделировать философское понятие смысла с помощью внутренних и внешних многообразий прямых и плоскостей.

Учебно-методический комплекс для будущего преподавателя

Шварцман З.О.
Томский государственный университет

Профессиональная готовность будущего преподавателя к педагогической деятельности во многом определяет результаты модернизации математического образования. Поэтому возрастает роль профессионально-педагогической подготовки, которая в сочетании с фундаментальной общенаучной и специальной подготовкой позволит будущему преподавателю более полно реализовать большие потенциальные возможности университетского образования.

Основной целью данного учебно-методического комплекса является обеспечение профессионально-педагогической подготовки будущего преподавателя математики, способном на высоком качественном уровне творчески решать актуальные проблемы обучения и воспитания учащихся.

Достижению этой цели способствует решение следующих задач по:

– изучению соответствующих современным государственным стандартам требований к формированию личности преподавателя математики в классическом университете;

– созданию системы теоретической подготовки, связанной с овладением умениями исследования проблем обучения и воспитания учащихся, а также с практическими навыками педагогической деятельности с учетом государственных требований к минимуму содержания и уровню профессиональной подготовки будущих преподавателей;

– установлению связей с органами образования и учебными заведениями, для которых готовятся педагогические кадры;

– выявлению возможностей развития у студентов-математиков интереса к овладению важной для нашей страны профессией педагога.

Материалы учебно-методического комплекса составлены с учетом результатов решения этих задач и проведенных на ММФ ТГУ многолетних исследований проблем профессионально-педагогической подготовки преподавателя математики в классическом университете.

Спецкурс по профильному обучению

Шварцман З.О.
Томский государственный университет

Курс «профильное обучение» разработан и внедрен в учебно-воспитательный процесс профессионально-педагогической подготовки в связи с модернизацией математического образования и потребностью в педагогах, умеющих разрабатывать элективные математические курсы и владеющих технологией их реализации.

Целью курса является методическая подготовка будущего учителя математики к организации и проведению профильного обучения.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

– изучить нормативные документы по введению профильного обучения;

– разработать содержание спецкурса с учетом нормативных государственных требований по профильному обучению и накопленного опыта проведения различных форм занятий по удовлетворению запросов и интересов учащихся;

– научить студентов составлять систему элективных курсов (предпрофильных – для 9 кл. и профильных – для 10-11 кл.) с использованием технологии взаимосвязи урочных и внеурочных занятий;

– ознакомить слушателей с методическими особенностями организации и проведения занятий по математике в условиях профильного обучения.

Студенты овладевают знаниями особенностей технологии проведения занятий по математике в классах с различными профилями (гуманитарный, естественно-математический, социально-экономический и др.); умениями разрабатывать предпрофильные и профильные элективные математические курсы и некоторыми навыками исследования проблем профильного обучения для выполнения дипломных работ и повышения педагогической квалификации.

Реализация этого курса показала, что цель вполне достижима. Студенты успешно используют полученные знания и умения во время предпрактики, в исследовательской работе, подготовке докладов к научным студенческим конференциям, дипломов и в профессиональной педагогической деятельности.

Элективные курсы в профильном обучении

Шварцман З.О., Кулиш Е.В.
Томский государственный университет

Трудно переоценить значение элективных курсов по математике в реализации основных целей профильного обучения. Поэтому мы разработали ряд таких курсов в различных вариантах (объем, содержание, задания для индивидуальной работы и др.) с учетом интересов и возможностей учащихся на предпрофильных и профильных занятиях. К таким курсам относятся, например, курсы «Средние величины», «Геометрические построения», «Построение отрезков, заданных с помощью формул», «Решение задач повышенной трудности», «Избранные задачи планиметрии», «Преобразование графиков функций» и др. Важным элементом методики разработки каждого элективного курса является определение ожидаемых результатов обучения, а также способов их диагностики и оценки.

Одной из важных задач введения элективных курсов является развитие у учащихся интереса к изучению математики. В процессе проведения элективных курсов создаются благоприятные условия для того, чтобы ученики чувствовали эстетическое удовлетворение от красиво решенной задачи несколькими способами.

Каждый из разработанных нами элективных курсов позволяют дать учащимся темы выполнения самостоятельных работ над докладами, рефератами с использованием рекомендованной научно-популярной литературы по математике.

Анализ результатов проведения названных здесь элективных курсов в средней школе № 47 г. Томска, Томском кадетском корпусе и в Томском государственном педагогическом колледже, позволяет дать ряд полезных методических рекомендаций по подготовке, оформлению программ и проведению элективных курсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шварцман З.О. Проблемы профильного обучения // Модернизация содержания школьного образования: проблемы, решения, перспективы. – Томск: Изд-во ТГПУ, 2003. – С. 34–38

2. Концепции математического образования (в 12-летней школе) // Математика в школе. – № 2. – С. 13–18.

Реализация концепции локального фундирования при обучении студентов в техническом университете

Яновская Н.Б.
Сибирский государственный индустриальный университет

При рассмотрении образование будущего учителя математики выдвинута концепция фундирования как структурообразующий фактор дидактической системы. Под фундированием предложено понимать процесс создания условий (психологических, педагогических, организационно-методических) для актуализации базовых учебных элементов школьного и вузовского курса и представлять как совокупность трех составляющих процесса фундирования базового курса математики основной и средней школы: глобальной, локальной и модульной.

На этапе локального фундирования происходит структурный анализ видового обобщения, результатом которого является взаимопереход когнитивных сфер: знаково-символической, вербальной, графической, тактильно-кинестической и деятельностной (наглядно-действенной). Каждая из деятельностей связана с активизацией соответствующих когнитивных структур мышления индивида, влияние которых на понимание существенных связей в объекте восприятия неоднократно подчеркивалось психологами. Когнитивный процесс локального фундирования, характерный для начального периода обучения, предполагает приобретение, применение и преобразование опыта видового обобщения базового шко-льного учебного элемента.

Аналогично при изучении математики во втузе. Пример – изучение темы «Исследование функции одной переменной и построение ее графика», а также темы «Системы линейных уравнений». Локальное фундирование требует не просто решения систем уравнений на основе знаков и символов, но и переход к наглядным образам – изображение плоскостей. Основные этапы: первый – подтверждение теоретических выводов решением задач и упражнений на аудиторных занятиях, второй этап – самостоятельное решение задач и упражнений, содержание которых аналогично рассмотренным, третий этап – написание теоретического содержания изучаемого раздела в аудитории и четвертый этап – написание самостоятельной работы в аудитории по практическому содержанию данного раздела.

СЕКЦИЯ “ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ НА КЛАСТЕРАХ”

Моделирование распространения горящей кромки лесных пожаров

Вдовенко М.С., Доррер Г.А.
Сибирский государственный технологический университет

Расчет распространения горящей кромки пожара является задачей, требующей огромных вычислительных ресурсов, при этом оперативные требования налагают ограничения на время расчета, что требует применения параллельных вычислений для ускорения расчетов.

За основу расчетного метода была взята модель распространения лесного пожара как бегущей волны [1]. Теоретические оценки показали, что алгоритм обладает значительным объемом потенциального параллелизма и хорошей, с точки зрения распараллеливания структурой, что позволяет надеяться на ускорения близкие к линейным в зависимости от количества используемых процессоров.

Рис.1 Расчет распространения горящей кромки.

Анализ результатов работы параллельной программы, реализованной на языке программирования Си с применением функций библиотеки передачи сообщений MPI, выявил небольшое расхождение с теоретическими оценками ускорений, которое объясняется расходами на пересылку данных. Полученные значения ускорения вычислений при использовании параллельной программы имеют зависимость от количества используемых процессоров близкую к линейной, что позволяет говорить о масштабируемости программы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доррер Г.А. Математические модели динамики лесных пожаров. – М: Лесн. пром-сть, 1979. – 161 с.

2. Корнеев В.Д. Параллельное программирование в MPI. – Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2002. – 215 с.

3. Message-Passing Interface Forum, Document for a Standard Message-Passing Interface, 1993. Version 1.0. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.unix.mcs.anl.gov/mpi/

4. Message-Passing Interface Forum, MPI-2: Extensions to the Message-Passing Interface, 1997. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.unix.mcs.anl.gov/mpi/

Сравнительный анализ различных параллельных алгоритмов численного решения краевой задачи для уравнений мелкой воды

Вдовенко М.С., Карепова Е.Д.

Сибирский государственный технологический университет

Институт вычислительного моделирования СО РАН

Создание параллельных программ практического уровня сложности для задач математической физики – это многоэтапный технологический процесс, неизбежно включающий в себя исследование дифференциальной задачи и численного метода решения, выбор модели программы, ее декомпозицию на параллельные процессы, анализ производительности и организацию вычислительного эксперимента.

В настоящей работе проведено исследование эффективности двух параллельных реализаций алгоритма численного решения краевой задачи для уравнений мелкой воды, моделирующих поверхностные волны в больших акваториях (реализация алгоритма выполнена с помощью библиотеки MPI). Постановка и исследование дифференциальной задачи и ее дискретного аналога содержится в работах [1,2].

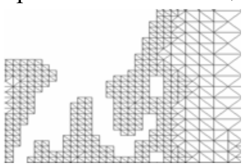


Рис.1 Фрагмент триангуляции

Поскольку задача имеет явный параллелизм по данным, а триангуляция не структурирована (рис.1), то основной момент в построении параллельного алгоритма заключается в выборе способа деления области Ω_h по процессорам. В работе рассмотрены два варианта разбиения.

Проведены численные эксперименты на модельных прямоугольных сетках и сетке, соответствующей акватории Охотского моря, построенной с помощью открытой батиметрической базы данных ETOPO2 [2,3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Agoshkov V.I. Inverse problems of the mathematical theory of tides: boundary-function problem // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. – 2005. – Vol. 20, №1. – Pp. 1–18.

2. Kamenshchikov L.P., Karepova E.D., Shaidurov V.V. Simulation of surface waves in basins by the finite element method // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling. – 2006. – Vol. 21, №4 – Pp. 305–320.

3. National Geophysical Data Center. – http://www.ngdc.noaa.gov/ngdc.html

Численное моделирование естественной конвекции в сферическом слое

Гореликов А.В., Ряховский А.В.
Сургутский государственный университет

Создан комплекс программ для численного решения задач гидродинамики и теплообмена вязкой несжимаемой жидкости в сферическом слое. Программный комплекс позволяет решать двух и трехмерные задачи конвекции. При численном моделировании используется метод контрольного объема в сферических координатах. Уравнения гидродинамики решаются по алгоритму SIMPLER [1]. Программный код распараллелен с помощью директив стандарта OpenMP для использования на многопроцессорных вычислительных системах с разделяемой памятью [2, 3]. Программы протестированы на задачах, имеющих аналитическое решение.

Проведена серия численных экспериментов по исследованию естественной конвекции в равномерно вращающемся сферическом слое, который находится в центральном поле тяжести. При постановке задачи предполагалось, что ускорение свободного падения линейно зависит от расстояния до силового центра. В ходе расчетов варьировались числа Грасгофа, Рейнольдса и Прандтля. Получены различные по структуре течения стационарные решения. Установлено, что вращение границ сферического слоя при малых значениях числа Рейнольдса стабилизирует течение. При числах Рейнольдса выше определенного значения вращение границ приводит к тому, что конвекция становится нестационарной. Для всех рассмотренных случаев, получены зависимости числа Нуссельта от чисел Грасгофа и Рейнольдса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.

2. Немнюгин М.А., Стесик О.Л. Современный Фортран. Самоучитель. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 496 с.

3. Горелик А.М. Программирование на современном Фортране. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 352с.

Применение вихреразрешающей модели для решения уравнений аэротермодинамики атмосферного пограничного слоя на МВС с распределенной памятью

Данилкин Е.А., Старченко А.В.
Томский государственный университет

Процессы, происходящие в нижней части атмосферы – в пограничном слое, оказывают существенное влияние на жизнь и деятельность человека. При этом даже незначительные отклонения во влагообмене между атмосферой и земной поверхностью, радиационном балансе, химическом составе воздуха и других характеристиках приводят к серьезным изменениям окружающей среды. Поэтому в настоящее время одной из актуальных проблем охраны окружающей среды является задача моделирования атмосферных процессов в целях обеспечения мониторинга и прогнозирования экологического и метеорологического состояния атмосферы.

Математическая модель рассматриваемых в работе мезомасштабных процессов опирается на использование отфильтрованных уравнений Навье-Стокса для определения полей скорости и давления, а также транспортные уравнения для расчета полей скалярных величин – температуры и влажности. Для замыкания этих уравнений применяется модель Смагоринского.

Для решения систем дифференциальных уравнений, представляющих основу математической модели, используется метод конечного объема, явно-неявные разностные схемы. Согласование полей скорости и давления в гидродинамической части модели выполняется с помощью подхода коррекции поля давления. Поскольку для численного решения задачи предполагается применять высокопроизводительную вычислительную технику значительное внимание уделено выбору эффективных схем декомпозиции сеточной области с алгоритмической оптимизацией межпроцессорных обменов. В работе показано преимущество декомпозиции сеточной области более высокого порядка, например - двумерной или трехмерной. Также представлены результаты применения разработанного численного метода для моделирования мезомасштабных атмосферных процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 07-05-01126 и программы СКИФ-ГРИД.

Многомасштабное моделирование миграции загрязняющих веществ в подземных водоносных горизонтах

Истомин А.Д., Носков М.Д.
Северская государственная технологическая академия

Исследование миграции загрязняющих веществ в подземных геологических формациях является важной задачей геоэкологии. Труднодоступность и сложность рассматриваемых систем приводят к необходимости использования методов математического моделирования. Для проведения всесторонней и адекватной оценки необходимо комплексное описание значительного количества физико-химических процессов, которые характеризуются различными пространственными и временными масштабами. Поэтому представляется целесообразной декомпозиция области моделирования в пространстве и времени на подобласти. В пределах каждой из них поведение системы описывается в рамках соответствующей математической модели. Анализ физико-химических процессов определяющих эволюцию состояния геологической среды показывает, что модели должны образовывать трехуровневую иерархию.

В настоящей работе представлен программный комплекс, позволяющий распараллеливать расчеты миграции загрязняющих веществ в подземных водоносных горизонтах. Комплекс состоит из следующих программных модулей: расчетные, визуализации и управления. Расчетные модули представляют собой серверы, выполняющие расчет в рамках одной из моделей. Управляющий модуль предназначен для определения исходных данных и управления процессом расчета. Модуль визуализации представляет собой трехмерную геоинформационную систему позволяющую визуализировать результаты моделирования.

Таким образом, использование предлагаемого в настоящей работе программного комплекса позволит проводить оценки последствий загрязнения подземных водоносных горизонтов с учетом взаимного влияния физико-химических процессов различающихся пространственным и/или временным масштабами. Это позволит повысить достоверность результатов прогнозных расчетов миграции загрязняющих веществ.

Паралельная реализация численного метода решения обратных задач переноса примеси в атмосфере

Панасенко Е.А., Старченко А.В.
Томский государственный университет

В настоящее время одной из актуальных проблем крупных городов является ухудшение качества приземного атмосферного воздуха. При исследовании влияния промышленных выбросов на окружающую среду возникает необходимость решения обратных задач: определения координат источников атмосферной примеси и их интенсивности по измеренным в контрольных точках значениям концентрации загрязнений.

В данной работе рассматриваются обратные задачи переноса примеси, в которых осуществляется идентификация городских источников атмосферных загрязнений постоянного действия. С использованием аппарата сопряженных уравнений и двойственного представления функционала от концентрации примеси [1] формулируется постановка задачи, предлагаются алгоритмы и разностные схемы для ее численного решения. При таком способе решения обратной задачи на каждом шаге по времени интегрируется N ($\sim 10^2$) независимых сопряженных уравнений. Такие условия проведения вычислительного эксперимента делают выгодным применение высокопроизводительной вычислительной техники, в частности, кластера ТГУ СКИФ Cyberia, что позволяет значительно уменьшить временные затраты.

В работе приведены примеры применения рассмотренного подхода для обнаружения источников загрязнения приземного воздуха г. Томска, и оценки их параметров. Полученные результаты совпадают с данными мобильного мониторинга компонентного состава приземного воздуха г. Томска сотрудниками ИОА СО РАН.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 07-05-01126 и Программы Союзного государства СКИФ-ГРИД.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 320с.

Численное моделирование аэродинамики и тепломассопереноса в устройствах с кипящим слоем

Проханов С.А., Старченко А.В.
Томский государственный университет

Рассматривается плоскопараллельное неизотермическое движение смеси воздуха и монодисперсных частиц в вертикальном канале. В нижней части канала располагается пористая плита, ограничивающая движение частиц вниз. Предполагается, что частицы имеют сферическую форму и одинаковый размер. Межфазное динамическое взаимодействие описывается силой сопротивления. В начальный момент времени газ и частицы находятся в неподвижном состоянии и частицы образуют слой насыпки. Затем через пористую плиту вертикально вверх с постоянной скоростью начинается подача воздуха.

Рассматриваемая задача решалась численно на неравномерных шахматных сетках, сгущающихся к границам расчетной области. Дискретизация, т.е. получение конечно-разностного аналога исходных дифференциальных уравнений, осуществлялась с помощью метода конечного объема и явных разностных схем. При аппроксимации конвективных членов использовалась противопотоковая схема, а для диффузионных – центрально-разностная. Для согласования на новом слое по времени полей скорости и давления применялся SIMPLE-подобный алгоритм. Система линейных алгебраических уравнений для поправки давления решалась численно явным методом Н.И. Булеева.

Вычислительная программа была распараллелена с использованием одномерной декомпозиции расчетной области и протестирована на кластере ТГУ СКИФ Cyberia.

Для проверки полученных результатов был использован CFD пакет Fluent. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными, приведенными в литературе [1,2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштик М.А. Процессы переноса в зернистом слое. - Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН АССР, 1984. – 164 с.

2. Иванютенко В.И., Антонишин Н.В., Никитин В.С. Расширение и порозность неоднородного псевдоожиженного слоя // Инженерно-физический журнал. – 1981. – Т.41, №3. – с. 470-475.

Решение некоторых задач математической физики с использованием автоматических средств распараллеливания

Смирнов И.Е., Старченко А.В.
Томский государственный университет

История языков параллельного программирования насчитывает не один десяток лет. Придуманы и апробированы разнообразные способы написания параллельных программ, которые условно можно разделить на три группы:

1. Последовательное программирование с дальнейшим автоматическим распараллеливанием.
2. Непосредственное формирование потоков параллельного управления с учетом особенностей архитектур суперЭВМ.
3. Описание параллелизма без использования явного управления.

Практически во все времена в параллельном программировании наиболее популярными были подходы, учитывающие особенности параллельных вычислительных систем. При этом наряду с языками применяются библиотечные средства поддержки параллельных процессов, реализованные на уровне операционных систем или специализированных пакетов.

В работе дается сравнительный анализ параллельных программ для численного решения уравнений эллиптического типа, полученных при помощи автоматических средств распараллеливания - языка программирования Норма и DVM-системы [1], разработанных в Институте прикладной математики РАН, - и непосредственного программирования с использованием стандарта MPI [2].

После проведенного сравнительного анализа можно сделать вывод, что использование систем автоматического распараллеливания выгодно. При работе с такими системами программист не будет тратить время на изучение характеристик вычислительной машины, а при создании параллельной программы для суперЭВМ он потратит меньше времени, чем при написании программы на MPI.

ЛИТЕРАТУРА

1. http: //www.keldysh.ru/
2. http://www.mpi-forum.org

Параллельные алгоритмы решения многомерных уравнений аэродинамики и переноса

Старченко А.В.
Томский государственный университет

Проблема математического моделирования динамики атмосферы давно привлекает внимание ученых разных стран. Это вызвано тем, что исследование процессов, происходящих в атмосфере, тесно связано с решением задач теории климата и прогноза, имеющих большое практическое значение. В последние годы интерес к ней возрос в связи с проблемой взаимодействия человечества с окружающей средой. Учитывая сложность постановки натурных экспериментов в реальных условиях, наиболее естественный подход к изучению и оценке влияния деятельности людей на атмосферу состоит в создании математических моделей, позволяющих с помощью ЭВМ оценить возмущения основных параметров, характеризующих состояние среды.

Теоретической основой математических моделей динамики атмосферы являются законы сохранения массы, импульса, момента количества движения и энергии. Численная реализация моделей атмосферного пограничного слоя и переноса примеси в силу сложности рассматриваемых процессов и значительных размеров области исследования во все времена требовали и продолжают требовать максимально возможные вычислительные ресурсы. При этом, несмотря на бурное развитие вычислительной техники (и суперкомпьютеров, в частности), начавшееся в 60-е годы прошлого столетия, разработчики всё ещё существенно ограничены в своих исследованиях вследствие нехватки вычислительных ресурсов.

Современные тенденции в развитии моделей атмосферного пограничного слоя направлены на повышение пространственного разрешения, включения в рассмотрение параметризации более широкого спектра атмосферных явлений. В новейших моделях переноса примеси принято учитывать химические и фотохимические реакции между загрязнителями. Таким образом, можно предположить, что использование атмосферными моделями максимальных возможностей современных компьютеров будет сохраняться, по всей видимости, еще очень долго.

Эффективным способом сокращения времени расчета, активно осваиваемым в настоящее время, является применение вычислительных систем с параллельной архитектурой. Принцип работы таких ЭВМ основан на том, что некоторые части вычислительного алгоритма могут выполняться независимо друг от друга, то есть параллельно. В случае если доля независимых, т.е. распараллеливаемых частей алгоритма велика, отношение времени работы алгоритма ко времени работы распараллеленного алгоритма (то есть ускорение) может оказаться значительным.

При моделировании атмосферных процессов можно выделить два основных способа параллельной реализации алгоритмов: распараллеливание по физическим процессам и декомпозиция расчетной области. В первом случае параллельно выполняются вычислительные потоки (процессы) занятые реализацией принципиально разных задач: например, вычисление концентраций химических соединений, не связанных общими реакциями. При таком выборе метода распараллеливания неизбежно возникает проблема балансировки, то есть обеспечения равномерного распределения вычислительной нагрузки между параллельными процессами. Чем лучше выполнена балансировка, тем меньше времени будет выполняться задача в целом.

Более универсальным является подход, опирающийся на декомпозицию расчетной области. При этом область исследования разделяется на подобласти, число которых равно числу процессов, ведущих расчеты независимо друг от друга. В этом случае объемы вычислительной нагрузки на процессы напрямую определяется равномерностью декомпозиции расчетной области и должны быть, если не одинаковы, то, по крайней мере, очень близки между собой.

В данной работе построены схемы высокого порядка аппроксимации по пространству (до шестого порядка) и по времени (до третьего порядка) для численного решения уравнения переноса. Основными требованиями к получаемым приближенным решениям были монотонность. Для построенных явных разностных схем определены условия устойчивости и на известных тестовых задачах продемонстрированы искомые свойства разностных схем.

Для численного решения многомерных сеточных уравнений, возникающих в результате конечно-разностной аппроксимации нестационарных многомерных нелинейных задач, разработаны параллельные алгоритмы. Отдельно рассмотрены подходы для распараллеливания явных и неявных разностных схем. На примере явных разностных схем для трехмерного уравнения переноса проведен анализ и дано обоснование преимущества выбора неодномерной геометрической декомпозиции сеточной области при построении параллельных программ для многопроцессорных вычислительных систем с большим количеством вычислительных узлов. На вычислительном кластере ТГУ СКИФ Cyberia выполнены расчеты, подтверждающие выводы выполненного теоретического анализа эффективности созданных параллельных программ в зависимости от выбора схем декомпозиции области исследования.

Разработанные разностные схемы и параллельные алгоритмы их численной реализации были применены для исследования метеорологических ситуаций над территорией юга Западной Сибири. Вычисления проводились на кластере СКИФ Cyberia и показали высокую эффективность разработанного специализированного программного обеспечения, не уступающего лучшим зарубежным образцам (мезомасштабные метеорологические модели MM5 и WRF). Также хорошее согласование имеется и по качеству воспроизведения реальных метеорологических ситуаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 07-05-01126) и научно-технической программы «СКИФ-ГРИД».

СЕКЦИЯ “АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА”

Расчет динамики линейных упруго связанных стержневых систем с упруго присоединенными дискретными массами в программном пакете «MOCODISS»

Архипов С.В.
Бурятский государственный университет

Программный пакет MOCODISS (***Mo****deling of* ***Co****ntinuous-****Dis****crete* ***S****ystems*) предназначен для осуществления прочностного расчета и оптимального проектирования непрерывно-дискретных систем.

В основу алгоритмов MOCODISS заложен расчет задач динамики и статики линейных стержневых систем методом сплайн-преобразования координат [1], отличающийся учетом упругих шарниров, неоднородного упругого основания и упруго присоединенных разветвляющихся цепочек масс [2].

MOCODISS предоставляет пользователю средства для создания расчетных моделей стержневого типа в интерактивном режиме с использованием графического и табличного редакторов. Имеются визуальные средства для включения в расчетную схему стержневых элементов с кусочно-постоянными параметрами, упругих шарниров с одной или двумя степенями свободы, жестко закрепленных масс, отдельных упругих опор с одной или двумя характеристиками жесткости, неоднородного упругого основания и упруго присоединенных к стержням разветвляющихся цепочек масс.

В режиме просмотра результатов расчета пользователю доступны деформированная схема конструкции и эпюры усилий в стержневых элементах в графическом и текстовом вариантах.

Достоверность разработанных алгоритмов подтверждается [2] сходимостью результатов расчетов тестовых задач, проведенных при помощи конечно-элементной программы COMPASS [3] к результатам, полученным по предлагаемой методике, а также сравнением с численными и экспериментальными результатами других исследователей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лазарян В.А., Конашенко С.И. Преобразование аргумента в задачах о поперечных колебаниях стержней // ПМ, 1972, 8, 7.

2. Архипов С.В. Обобщенные функции в задачах механики составных конструкций. – Улан-Удэ: Издательство Бурятского госуниверситета. 2007. – 160 с.

3. Безделев В.В., Буклемишев А.В. Программная система COMPASS. Руководство пользователя. – Иркутск: Изд-во Иркутск. гос. техн. ун-та, 2000.

Моделирование процессов локализации деформации в интерметалидах

Белов Н.Н., Валуйская Л.А., Старенченко Л.А., Югов Л.А., Соловьева Ю.В.

Томский государственный архитектурно строительный университет

Методом компьютерного моделирования исследуется влияние различных кривых упрочнения на процесс деформирования и разрушения цилиндрического образца диаметром 0,76 см и длиной 2 см из Ni_3Ge при одноосном сжатии. Расчет проведен в рамках модели пористой упругопластической среды. Для варианта 1 кривая $\sigma(\varepsilon)$ на всем участке имеет положительный коэффициент упрочнения, для варианта 2 - имеются области с отрицательным коэффициентом. Критерием сдвигового разрушения является предельная величина интенсивности пластических деформаций. Отрывное разрушение рассматривается как процесс роста микродефектов под действием растягивающих напряжений. Локальным критерием отрывного разрушения служит предельная величина относительного объема пустот [1]. Решение задачи проведено в трехмерной постановке модифицированным методом конечных элементов.

Рис.1 Кривые упрочнения и распределение величины интенсивности пластических деформаций образца для варианта 1 и 2

Для варианта 1 в образце возникает выраженная область локализации деформации, которая приводит к потере устойчивости и разрушению. Для варианта 2 область локализации деформации превращается в локальную полосу пластической деформации со смещением частей образца относительно нее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Johnson J.N. Dynamic fracture and spallation in ductile solids// J. Appl. Phys. 1981. V.52, №4. P.2812-2825.

Исследование защитных свойств конструкций, содержащих слой металлокерамики комбинированного строения, на ударные нагрузки

Белов Н.Н., Югов Н.Т., Табаченко А.Н.,
Афанасьева С.А., Югов А.А., Архипов И.Н.
Томский государственный архитектурно-строительный университет
Томский государственный университет

В связи с развитием ракетно-космической техники возникает необходимость в создании новых конструкционных материалов, обладающих высокими защитными свойствами при ударно-волновом нагружении (высокоскоростной удар, взрыв). В качестве таких материалов могут быть использованы керамические и металлокерамические материалы на основе тугоплавких соединений (карбидов, боридов, нитридов, окислов), а также материалы комбинированного строения (слоевые, градиентные). Перспективным направлением повышения физико-механических характеристик керамик, функционирующих при высоких давлениях и температурах, является введение в их состав эффективной металлической связующей, например, методом самораспространяющегося высокотемпературного синтеза с приложением давления к продукту горения. В данной работе предлагается полученная таким способом металлокерамика на основе диборида титана.

Методом компьютерного моделирования исследовано влияние слоя из данной металлокерамики в трехлистовом экране на его защитные свойства при ударе стальным сферическим элементом массой 2 г со скоростью до 2-х км/с. Проведенные исследования показывают, что данная металлокерамика может быть успешно использована при проектировании защитных конструкций от ударноволновых воздействий.

Особенности ударного взаимодействия стержней из различных материалов со взрывчатым веществом, экранированным пространственно-разнесенными многослойными преградами

Белов Н.Н., Югов Н.Т., Табаченко А.Н., Афанасьева С.А., Югов А.А., Архипов И.Н.
Томский государственный архитектурно-строительный университет
Томский государственный университет

Предложена методика, позволяющая в рамках механики сплошной среды методом конечных элементов, модифицированным на решение задач удара и взрыва, рассчитывать процессы ударного взаимодействия длинных цилиндрических стержней с взрывчатым веществом, экранированным системой пространственно-разнесенных экранов.

Помещенный на стальное основание заряд ВВ защищен с лицевой стороны алюминиевым экраном. Пространство между ними заполнено слоем пенопласта. На некотором расстоянии от лицевой поверхности экрана расположен стальной экран, за которым на таком же расстоянии находится экран, состоящий из алюминиевого листа и накладки из асботекстолита. Экраны расположены под некоторым углом α_i к оси цилиндрического стержня (α_i – угол между осью ударника и лицевой поверхностью i-го экрана).

Выявлены особенности ударного взаимодействия с данной защитной конструкцией стержней из стали, ВНЖ и металлокерамики на основе диборида титана удлинением 23,3 в диапазоне скоростей удара 1÷4 км/с и углов встречи 30˚, 45˚, 60˚, 90˚.

Моделирование износостойких покрытий определенного микрорельефа при электроискровом легировании

Власенко В.Д.
Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск

Электроискровое легирование (ЭИЛ) является одним из развивающихся направлений по созданию поверхностных слоев с высокими триботехническими характеристиками. Его применение способствует увеличению ресурса работы, надежности и эффективности оборудования. Такие технологии позволяют реализовать многие положительные свойства композиционных материалов.

Внутренние напряжения в материале уменьшают прочность сцепления покрытия с основой может произойти самоотслоение покрытия. В условиях критических деформаций материала со сплошным покрытием возможно также образование трещин на поверхности и пиков касательных напряжений на кромках трещины. В связи с этим предполагается, что образование несплошных покрытий определенного микрорельефа будет способствовать повышению износостойкости поверхностного слоя.

Было проведено исследование напряженно-деформированного состояния на границе раздела материала и покрытия, а также влияние сплошности и размеров номинальной площади контакта электроискрового упрочняющего покрытия с основой на прочность и износостойкость при трении.

В соответствии с расчетом напряженного состояния и результатами экспериментов выполнено проектирование поверхности трения образца с образованием регулярного «островкового» микрорельефа. Результаты испытаний на износостойкость показывают, что большему износу для сплошного покрытия соответствуют большие значения коэффициентов трения и температур; меньшим значениям износа - меньшие значения коэффициентов трения и температур.

Образование несплошных покрытий ЭИЛ определенной микрорельефа в виде «островков» с суммарной площадью заполненных металлом участков до 62 % от номинальной площади повышает износостойкость по сравнению со сплошным покрытием в 1,4 – 1,6 раза.

Установление зависимости параметров откольного разрушения материалов от величины удельного механического импульса нагрузки

Вшивков О.Ю.
Пермский военный институт ВВ МВД РФ

При различных видах высокоимпульсного ударно-волнового нагружения начальные параметры ударно-волновых импульсов нагрузки близки по своим значениям. Начальные значения амплитуды ударно-волнового импульса, идущего в преграду, составляют десятки ГПа, а длительности – десятые доли мкс. Такие значения достигаются различными способами нагружения: удар пластиной, взрыв листового заряда взрывчатого вещества, интенсивный поток электромагнитного излучения), подрыв блока ВВ на поверхности преграды, а также удар поражающим элементом, обладающим высокой удельной энергией. Для описания поведения преграды можно абстрагироваться от способа генерирования ударно-волнового импульса. Незначительный разброс в начальных амплитудах и длительностях ударно-волновых импульсов можно скорректировать, введя в рассмотрение удельное количество движения ударно-волнового импульса (удельный механический импульс) $J_н$. Для начальных параметров импульса, отмеченных выше, характерное значение удельного количества движения равно 10^3 кг/(м·с).

Нами определены критерии зависимостей кинематических параметров откола от величины удельного импульса и условий нагрузки, определяемых толщиной преграды и акустическим импедансом материала. Расчетно-экспериментальным путем для разных типов материалов получены линейные эмпирические зависимости вида:

$$\delta / H = a + b\eta,$$

$$\bar{W} / C_0 = a + b\eta.$$

Здесь: $$\eta = \left(\frac{J_н}{\rho_0 H C_0} \right)^{1/2}$$

η – обобщающий параметр условий нагрузки, δ – толщина откола, H – толщина нагружаемой пластины, $\bar{W}$ – скорость свободной поверхности пластины, C_0 – скорость звука, ρ_0 – плотность материала пластины.

Расчёты проводились для случаев нагружения материала косой ударной волной в условиях подрыва листового заряда ВВ на поверхности образца и удара пули по образцу.

Исследование напряженно-деформированного состояния при контакте пневматической шины с поверхностью земли

Гарифуллина Г.И., Бегишева Л.Р., Якушев Р.С.
Казанский государственный университет

При изучении поведения пневматической шины возникает контактная задача механики твердого деформируемого тела. В нашем случае рассматривается взаимодействие оболочки (тонкостенных элементов) с упругими или жесткими телами.

В данной работе рассматривается упругий контакт (без учёта трения) тороидальной оболочки с плоской поверхностью, аналогичный контакту пневматической шины с поверхностью земли.

Формулируемая задача является динамической, поскольку рассматриваемая оболочка - элемент инженерной конструкции, находящийся в условиях динамического нагружения.

Пневматическая шина, представляющаяся оболочкой, подвергается сжатию. При этом внутренняя поверхность тороида скреплена с жестким ободом колеса, наружная - с твердым протектором, подкрепленным брекером.

Находятся напряжения и конечные деформации при контакте тороида с плоской поверхностью. Вычисления проводятся в программе ANSYS.

При сжатии жесткий протектор и форма поперечного сечения пневматической шины дают контактный след, имеющий примерно прямоугольную форму с шириной, равной ширине протектора, и слегка закругленными краями.

Задача имеет практическое значение и актуальна с точки зрения теории расчета конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. Наука, М. 1980.
2. Бухин Б.Л. Математические модели в механике и конструировании шин // Каучук и резина. 1996.
3. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
4. Бегишева Л.Р., Гарифуллина Г.И. Нелинейная задача о поведении боковины пневматической шины // Материалы XIV Международной конференции «Ломоносов-2007».

Взрывное разрушение ледяного покрова

Герасимов А.В., Пашков С.В., Барашков В.Н.
Томский государственный университет
Томский государственный архитектурно-строительный университет

Борьба с ледяными заторами рек при длительной зиме на просторах нашей родины представляет собой серьезную проблему для инженеров и интересную задачу для механики деформируемого твердого тела.

В работе используются уравнения, описывающие пространственное адиабатное движение прочной сжимаемой среды, которые являются дифференциальными следствиями фундаментальных законов сохранения массы, импульса и энергии. Это уравнения неразрывности, движения и энергии. Для описания процесса деформирования и разрушения льда используется модель хрупкого тела. Уравнение состояния берется в форме, используемой в работе [1]. Продукты детонации моделируются невязким нетеплопроводным газом.

Для решения задачи применяется методика, реализованная на тетраэдрических ячейках и базирующаяся на совместном использовании метода Уилкинса для расчета внутренних точек тела и метода Джонсона для расчета контактных взаимодействий. В реальных материалах процесс разрушения определяется внутренней структурой среды, поэтому для повышения соответствия численных результатов экспериментальным данным было внесено случайное распределение факторов, определяющих прочностные свойства материала. Начальные неоднородности моделировались тем, что предельная максимальная деформация распределялась по ячейкам расчетной области с помощью модифицированного генератора случайных чисел, выдающего случайную величину, подчиняющуюся выбранному закону распределения.

Картина деформирования и разрушения качественно совпадает с картиной разрушения, полученной в экспериментах. Здесь также наблюдается интенсивное дробление материала ледяной пластины с образованием фрагментов различных размеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глазырин В.П. Ударное и взрывное нагружение льда // Изв. ВУЗов. Физика, 2007. – Т.50, №9/2.– С. 60-64.

Математические модели лесопильных рам и исследование их динамических характеристик

Гмырак А.С., Вихренко В.С.
Белорусский государственный технологический университет

Лесопильные рамы являются высокопроизводительными механизмами, широко используемыми во многих отраслях промышленности. Однако их высокая материало- и энергоемкость, интенсивные динамические нагрузки и устаревшая конструкция большинства из них, делают их невостребованными на современном этапе. В связи с этим необходимым является создание лесопильных рам, обеспечивающих высокую производительность и малые затраты на кубометр распиливаемого материала.

В настоящем докладе излагаются результаты разработки математической модели одного из новых типов лесопильных рам и исследования их динамических характеристик, дан сравнительный анализ с характеристиками традиционных лесопильных рам [1] и их модернизированных конструкций [2].

Для составления динамических уравнений движения, лежащих в основе математической модели, использован принцип Даламбера. Основные трудности в процессе разработки модели связаны с кинематическими особенностями движения пильной рамки, одна из точек которой движется по замкнутой кусочно-гладкой траектории, состоящей из четырех участков. Анализ движения выполнен в рамках вычислительного пакета MathCAD, что позволило исследовать как динамические характеристики лесопильных рам, так и создать программы для анимации их движения. Последние важны для контроля правильности разработанных моделей.

Таким образом созданы программно математические модели позволяющие в кратчайшее время провести анализ типовых конструкции, а также внести предложения по их модернизации и уменьшению энергетических затрат при производстве и обслуживании.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агапов А.И. Динамика процесса пиления древесины на лесопильных рамах. – Горький: ГГУ, 1999.
2. Гмырак А.С., Вихренко В.С. Сравнительный анализ динамических реакций основания двух типов лесопильных рам // Теоретическая и прикладная механика. – 2008. – Вып. 23. – с. 195 – 200.

Алгоритм построения точного решения одномерных динамических уравнений теории упругости для слоистых сред

Демидов В.Н.
Институт физики прочности и материаловедения СО РАН

Рассматривается начально-краевая задача для одномерных уравнений динамики упругой среды в многослойной области конечных размеров, находящейся в условиях одноосного деформированного состояния. С физической точки зрения решение данной задачи интерпретируется как развивающийся во времени волновой процесс, инициированный начальными и/или граничными условиями. Предложен алгоритм построения точного решения рассматриваемой задачи. Суть алгоритма заключается в использовании идеи обратного метода характеристик и состоит в следующем. В точке на плоскости «координата-время», где необходимо вычислить параметры течения, проводятся две характеристики в обратном (относительно оси времени) направлении до пересечения с внутренней или внешней границей области расчета. Из двух вновь образовавшихся точек также проводятся характеристики до пресечения с соседними границами и т.д. В конце концов, мы «опускаемся» до начального момента времени, где состояние среды известно из начальных условий. При этом отрезки характеристик образуют ориентированный граф - двоичное корневое дерево. Двигаясь теперь в направлении возрастания времени и используя соотношения на характеристиках можно вычислить значения искомых функций во всех вершинах графа, включая и его корень, т.е. ту точку, в которой и необходимо получить решение. Построенный граф представляет собой область зависимости решения, что находится в полном соответствии с физической интерпретацией гиперболических уравнений. Описанный алгоритм легко обобщается на произвольную систему уравнений гиперболического типа. Точное решение служит хорошим тестом для проверки численных методов. В работе приведены примеры сравнения точного решения с результатами численного интегрирования по явным разностным схемам первого и второго порядка аппроксимации. Эти примеры наглядно иллюстрируют внутренние (диссипативные и дисперсионные) свойства разностных схем.

Методика вычисления внутренних напряжений в панельных конструкциях по результатам неразрушающих акустических измерений

Демидов В.Н.

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН

Обсуждается вопрос о контроле напряженного состояния в элементах конструкций типа пластин, панелей, пологих оболочек. Предлагается оригинальный подход к практическому решению этого вопроса на основе неразрушающих акустических измерений. Этот подход базируется на теоретическом анализе задачи о распространении плоских волн сдвига в упругой среде с начальными напряжениями. Получено аналитическое решение, описывающее эволюцию акустического сигнала (импульса касательных напряжений) в однородном поле механических напряжений. Данное решение может быть положено в основу экспериментальной методики, позволяющей восстанавливать поле напряжений в твердых телах на основе неразрушающих акустических измерений. Особенно просто и эффективно такая методика будет выглядеть применительно к пластинам, оболочкам, панелям и другим элементам конструкций, в которых реализуется плоское напряженное состояние. Принципиальная схема предлагаемой экспериментальной методики очень проста. Допустим, что на одной стороне пластины помещен источник акустического сигнала, а на противоположной стороне – приемник прошедшего сквозь пластину сигнала. Если пластина однородна и свободна от напряжений, то параметры исходного сигнала и сигнала, зафиксированного приемником, идентичны. Если же напряжения, действующие в плоскости пластины, отличны от нуля, то сигнал искажается. Степень этого искажения непосредственно связана с напряжениями, и предсказывается аналитическим решением. Используя это решение, можно вычислить как величину внутренних напряжений, так и направление плоскостей, в которых эти напряжения достигают экстремальных значений. Таким образом, для достижения поставленной цели, достаточно однократного измерения параметров сдвиговых волн на лицевой и тыльной стороне пластины. Приводятся примеры расчетов, подтверждающие принципиальную возможность практической реализации предлагаемой методики.

Эволюционные уравнения как метод анализа динамических задач в деформируемых твердых средах

Иванова Ю.Е.
Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН

Метод изучения динамической краевой задачи математической физики, основанный на сведении исходного уравнения или системы уравнений к одному так называемому эволюционному уравнению, нашел широкое применение в различных областях, от исследования транспортных задач до проблем гидро- и газодинамики. Особенности движения одномерных объемных волн деформаций в нелинейных моделях твердого тела во многом перекликаются со сходными задачами гидро- и газодинамики. Действительно, применение метода малого параметра привело для этих задач в твердом теле к эволюционному уравнению, подобному уравнению квазипростых волн. Его исследование позволяет определить момент возникновения ударной волны. Движение этой волны определяется динамическим условием совместности, следующим из закона сохранения импульса. На основе перечисленных уравнений становится возможным описание характерных для ударной волны величин в зависимости от широкого спектра краевых условий на нагружаемой границе. В настоящей работе рассмотрены как перечисленные выше задачи, так и применение метода получения эволюционного уравнения к чисто сдвиговым волнам деформаций в модели нелинейно-упругого несжимаемого тела [1]. Показано, что для таких процессов эволюционное уравнение существенно отличается от уравнения квазипростых волн. Рассматриваются непрерывные решения задач и момент возникновения ударной волны для различных видов краевых условий. Полученные решения сравниваются с соответствующими по виду краевых условий объемными процессами. Эти результаты могут применяться в задачах с присутствием всех видов деформаций в качестве отправной точки исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванова Ю.Е., Рагозина В.Е. Об ударных осесимметрических вижениях несжимаемой упругой среды при ударных воздействиях // ПМТФ. – 2006. – Т. 47, № 6. – С. 144-151.

Изотропно-кинематическое упрочнение анизотропных сред в условиях динамического нагружения

Козлова М.А., Кривошеина М.Н.
Институт физики прочности и материаловедения СО РАН

В работе проведено исследование влияния учета изотропно–кинематического упрочнения на напряженно-деформированное состояние преграды при ее ударном нагружении. Теория для материалов с упрочнением разработана слабее главным образом вследствие большой сложности определения соотношений между напряжениями и деформациями. Проблема установления данных соотношений, для материалов с упрочнением, частично связана с описанием формы поверхности текучести и ее изменения в ходе процесса нагружения. Численно моделируется в трехмерной постановке совместное деформирование изотропного стального ударника цилиндрической формы и транстропной алюминиевой преграды также цилиндрической формы. На контактной поверхности ударника и преграды реализовано условие скольжения без трения. Начальные и граничные условия совпадают с приведенными в работе[1].

Приведены результаты расчетов при условии нормального ударного нагружения транстропной алюминиевой преграды стальными ударниками имеющие различную форму, но одинаковую массу. Скорость нагружения составляла 300-600м/с. На основе анализа полученных результатов расчетов показано, что в случаях ударного нагружения влияние учета кинематического упрочнения на картину деформирования алюминиевых сплавов невелико. С другой стороны было выяснено, что с увеличением скорости нагружения объем упрочненного материала в преграде, в области под ударником, увеличивается при прочих равных условиях с увеличением площади контактной границы ударника и преграды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кривошеина М.Н., Конышева И.Ю., Козлова М.А.Разрушение и упругопластическое деформирование анизотропных материалов при динамическом нагружении // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2006. – Т. 12, № 4. – С. 502-512.

Решение задачи внедрения металлических ударников в мерзлый грунт конечно-разностным методом с использованием квазиравномерных сеток

Кочетков А.В., Крылов С.В., Поверенное Е.Ю.
НИИ механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Задачи ударного взаимодействия деформируемых тел с различными грунтовыми преградами являются актуальными.

Экспериментальные методы исследования достаточно трудоемки и связаны со значительными временными и материальными затратами. В связи с этим численное моделирование подобных процессов при сопоставлении результатов с экспериментальными данными приобретает большое значение.

В данной работе исследуются процессы нормального удара и проникания металлического цилиндрического ударника с различными головными частями. Отличительной особенностью мерзлых грунтов от немерзлых является увеличение структурной прочности и зависимость физико-механических характеристик от температуры. С понижением температуры промерзания и увеличением его влагосодержания сопротивление грунта деформированию возрастает. В качестве уравнения состояния мерзлого грунта принималась модель пористой упругопластической среды с ударной адиабатой в аддитивной форме Г.М.Ляхова. При этом ударник предполагался либо абсолютно твердым телом, либо упругим до высоких пределов. Численное моделирование описанной задачи осуществлялось с помощью явной схемы Годунова в осесимметричной постановке. Для моделирования краевого условия на бесконечности использовались квазиравномерные сетки. В результате численного решения были получены временные зависимости перемещений, скоростей и сил сопротивления внедрению. Оценено влияние глубины промерзания грунта на глубину проникания ударника при различных скоростях метания. Выполнено сопоставление результатов расчетов с известными экспериментальными данными по глубинам проникания в мерзлый грунт с некоторыми значениями скоростей метания ударника. Сделан вывод об адекватном описании выбранной моделью уравнения состояния грунта в рамках рассматриваемой задачи.

Численное моделирование разрушения анизотропных металлических преград

Кривошеина М.Н., Туч Е.В.
Институт физики прочности и материаловедения СО РАН

В работе приведены результаты расчетов численного моделирования упругопластического деформирования и разрушения анизотропной металлической преграды при ее ударном нагружении. На примере транстропного алюминиевого сплава Д16Т проведен анализ влияния вида используемого критерия разрушения для анизотропных материалов на итоговую картину разрушения анизотропной преграды при ее нагружении стальным деформируемым ударником. Пластическое деформирование материалов ударника и преграды описывается в рамках теории течения.

В качестве метода расчета используется метод конечных элементов, модифицированный Г.Р. Джонсоном для задач удара. Расчеты выполнены в трехмерной постановке.

Задача об отражении цилиндрических упругих волн, возникающих при направленных взрывах от поверхности полуплоскости

Маматкулов Ш., Каримова А.
Национальный Университет Узбекистана

В работе [1] акад. Х.А. Рахматулина была рассмотрена задача направленного взрыва в бесконечно-линейной упругой среде. Были приведены постановки задач, показан аналитический метод решения поставленных задач. Отметим также, что эта же задача была анализирована с помощью метода Ш.Е. Микеладзе [2].

Мы рассматриваем задачу отражения цилиндрической волны в плоской постановке от источника, представляющий направленный взрыв и распространяющийся с определенной глубины от свободной поверхности.

Задача решается путем использования фиктивного источника, расположенного симметрично относительно свободной поверхности полупространства, этим обеспечивается равенство нулю касательных напряжений на поверхности, а для обеспечения на поверхности нулевых нормальных напряжений решается задача воздействия на полуплоскость нормального давления по величине равного с обратным знаком возникающего давления на поверхности полуплоскости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматуллина Х.А. Исследование некоторых случаев сосредоточенных воздействий на упругую и упруго-пластическую среду // Материалы всесоюзного симпозиума по распространению упругих и упруго-пластических волн. Т., Фан, 1969.

2. Маматкулов Ш. Колебания и волны в гидроупругих и грунтовых средах. Т., Фан, 1987. 69-73 с.

К вопросу получения точных однородных решений теории упругости для части полого кругового цилиндра

Матюшин В.И.
Сибирский государственный технологический университет

Предлагается методика получения точных однородных решений теории упругости в случае неосесимметричной задачи для части полого кругового цилиндра от бигармонических функций, заданных в форме полиномов r, θ, x с использованием общего решении теории упругости в форме, предложенной академиком Б.Г. Галеркиным.

К настоящему времени существует много форм представления общих решений теории упругости (Галеркин Б.Г., Папкович П.Ф., Тер-Мкритичьян Л.Н. и др.) [1], при практическом использовании которых получаются различные формы связей напряжений и которые можно привести в случае указанного выше упругого тела к такому варианту для напряжений σ_r и $\tau_{r\theta}$, входящих в граничные условия на боковых поверхностях для нечетной задачи.

$$\sigma_r = M\left(Ar + B_1\frac{1}{r} + C\frac{1}{r^3}\right)\sin\theta;\ \ \tau_{r\theta} = M\left(-Ar\text{-}B_2\frac{1}{r} - C\frac{1}{r^3}\right)\cos\theta \qquad (1)$$

Нетрудно видеть, что при удовлетворении напряжении (1) однородным граничным условиям в этом случае будем иметь несовместное решение. Чтобы иметь совместное решение, необходимо в выражении (1) уравнять коэффициенты B_1 и B_2, что можно сделать только для части полого кругового цилиндра. Для этого следует воспользоваться бигармоническими функциями, содержащими множителем θ, $\theta\sin\theta$, $\theta\cos\theta$ [2].

В данном сообщении рассматриваются для цилиндрической арки полученные таким образом однородные решения с равномерным, линейным и квадратичным законами распределения напряжений σ_r и $\tau_{r\theta}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филоненко-Бородич М.М. Теория упругости. – М.: Физматгиз, 1959. – 201 с.
2. Безухов Н.И. Теория упругости и пластичности. – М., 1953. – 148 с.

Об одном решении Навье для частично нагруженной прямоугольной пластины

Сейранян С.П.
Институт механики НАН РА

Исследуется решение Навье задачи об изгибе прямоугольной шарнирно опертой по контуру пластины равномерным давлением, приложенным по прямоугольной площадке той же ориентации, что и прямоугольный план пластины [1]. Исследование основано на применении формулы автора [2], предназначенной для дифференцирования медленно сходящихся ординарных тригонометрических рядов (триг. рядов), которые методом ускорения сходимости в А. Даду приводятся к почленно дифференцируемым рядам. Используется также способ оценки сходимости коэффициентов повторных триг. рядов[3]. Доказано, что повторный ряд решения Навье четырежды почленно непрерывно дифференцируется на множестве, построенном вычитанием из прямоугольника плана пластины прямых, проходящих через стороны прямоугольника приложения нагрузки. Полученный результат средствами из классической теории функций приводит к обоснованию решения Навье, а также с учетом [2]–[5] обобщается методикой исследования решений в повторных триг. рядах на достоверность и улучшение их вычислительной способности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С.П., Войновский – Кригер С. Пластинки и оболочки.– М.: Физматгиз, 1963, 635 с.

2. Сейранян С.П. К решению В.З. Власова задачи изгиба прямоугольных в плане моментных пологих оболочек поперечной силой // Композиционные материалы и оптимальное проектирование. Тезисы докладов Международной конференции. г. Агавнадзор, 25 – 28 сентября. – Ереван: Гитутюн, 2006. с. 56 – 57.

3. Сейранян С.П. Об ускорении сходимости в задаче об изгибе прямоугольной пластины поперечной силой // Избранные вопросы теории упругости, пластичности и ползучести. Сб. статей, посвященный 75 – летию акад. НАН РА М.А. Задояна.– Ереван: Гитутюн, 2006, с. 266 – 273.

4. Сейранян С.П. К задаче об изгибе прямоугольной пластины поперечной силой // Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред, V Международная конференция, г. Горис, 1 – 5 октября.– Ереван: Гитутюн, 2005, с. 314 – 318.

5. Сейранян С.П. Об обосновании одного решения Навье // Актуальные пробле-мы механики сплошной среды. Труды Международной конференции, посвященной 95 –летию акад. НАН РА Н.Х. Арутюняна., г. Цахкадзор (Армения), 25 – 28 сентября, 2007, с. 391 – 395.

Моделирование закономерностей пластической деформации в ГЦК материалах

Семёнов М.Е., Колупаева С.Н.
Томский государственный архитектурно-строительный университет

В работе предложена процедура численного моделирования закономерностей поведения материалов с ГЦК структурой в условиях пластической деформации. Использована модель, включающая уравнения баланса дефектов, уравнения, определяющие приложенное воздействие и скорость деформации. В качестве переменных, характеризующих деформационную дефектную среду ГЦК материалов, выбраны плотности сдвигообразующих дислокаций, вакансионных и межузельных дислокационных диполей, призматических петель вакансионного и межузельного типа, концентрации межузельных атомов, моно- и бивакансий.

Рассмотрены основные проблемы, возникающие при численном решении жесткой системы ОДУ модели для описания пластического поведения материалов при постоянной скорости деформирования, ползучести при постоянном напряжении и постоянной нагрузке, и методы их решения. Разработанный алгоритм численного решения системы ОДУ с учетом физических особенностей моделируемого процесса использован в комплексе программ SPFCC. Комплекс программ, реализованный на языке программирования Object Pascal (в среде Delphi), позволяет а) проводить исследования специалисту, не имеющего профессиональной подготовки в области информационных технологий, б) изменять состав переменных и учитываемые механизмы и процессы, в) варьировать значения параметров математической модели (температуру, напряжение, плотность дислокаций, скорость деформирования и т. д.), г) визуализировать зависимости между переменными модели.

Результаты численного моделирования могут быть использованы для целенаправленного планирования натурных экспериментов по исследованию закономерностей пластической деформации.

Работа выполнена в рамках гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых ученых–кандидатов наук (грант № МК–2425.2007.8).

Численное моделирование хрупкого разрушения твердого диэлектрика электрическим разрядом

Усманов Г.З., Лопатин В.В., Носков М.Д., Чеглоков А.А.
НИИ Высоких напряжений при Томском политехническом университете

Электроимпульсный метод является одним из перспективных направлений развития технологий разрушения твердых диэлектрических материалов, благодаря большей его эффективности по сравнению с механическими методами [1].

Количественное описание разрушения диэлектрика импульсным электрическим разрядом требует создания физико-математической модели описывающей работу источника импульсов высокого напряжения, развитие разряда в диэлектрике и его последующее разрушение, как взаимосогласованные процессы [2,3]. В настоящей работе представлена модель взаимосогласованно описывающая формирование разрядных каналов в диэлектрике, распространение упругих волн, создаваемых каналом пробоя и рост трещин в твердом материале.

На основе модели был создан трехмерный численный алгоритм и программное обеспечение, позволяющее проводить трехмерное моделирование электроимпульсного разрушения твердого диэлектрика.

Представлены результаты моделирование разрушения твердого диэлектрика расширяющимся разрядным каналом, расположенным вблизи свободной поверхности образца. Полученные характеристики упругих волн и трещинообразования согласуются и экспериментальными данными, что подтверждает адекватность модели и возможность ее практического применения.

Работа поддержана грантами РФФИ №05-08-50203 и CRDF №RUE 1-1360(2)-T0-04.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев А.А., Воробьев Г.А. Электрический разряд и разрушение твердых диэлектриков – М.: Высшая школа, 1966. - 224 с.

2. Лопатин В.В., Носков М.Д., Усманов Г.З., Чеглоков А.А. Моделирование развития импульсного электрического разряда в конденсированном диэлектрике // Известия ВУЗов. Физика. – 2006. – №3. С. 11-17.

3. Usmanov G.Z., Lopatin V.V., Noskov M.D., Cheglokov A.A. Simulation of the Pulse Electric Breakdown of Condensed Dielectric, // Izvestia VUZOV. Physica. – 2006. – №10. P. 227-230.

Динамическая устойчивость гибких стержней под действием следящей нагрузки

Шварцман Б.С.
Международный Университет Аудентес, Таллинн, Эстония

Исследование устойчивости неконсервативных упругих систем статическим методом Эйлера может привести к неверным результатам, поэтому необходимо использовать более общий динамический подход [1]. При этом потеря устойчивости может произойти статически (дивергенция), когда первая частота колебаний обращается в нуль, или динамически (флаттер) – при совпадении двух частот. Для каждой конкретной неконсервативной системы, в частности упругой системы под действием следящих сил, заранее нельзя сказать, потеряет ли она устойчивость в форме дивергенции или флаттера. Так, для стержней, сжатых следящими силами, это зависит от граничных условий и законов распределения нагрузки и жёсткости стержня [1].

В настоящей работе динамическим методом исследуется устойчивость плоских равновесных форм консольного стержня переменной жёсткости, изгибаемого следящей нагрузкой. Изгибные равновесные формы стержня находятся прямым методом, сводящим решение соответствующей нелинейной краевой задачи к однократному решению задачи Коши [2]. Делается вывод о невозможности дивергенции при любых законах распределениях жёсткости стержня и следящей нагрузки. Методом начальных параметров в дифференциальной форме определяется критическое значение нагрузки, при котором две наименьшие частоты собственных колебаний совпадают и соответствующая равновесная форма динамически неустойчива. Приведены зависимости критической нагрузки от угла слежения нагрузки. Показано, что, как и в случае тангенциальной нагрузки [1], учёт внутреннего трения оказывает существенное дестабилизирующее влияние.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. – М.: Физматгиз, 1961. – 339 с.

2. Shvartsman B.S. Large deflections of a cantilever beam subjected to a follower force // Journal of Sound and Vibration, 2007. Vol. 304, pp. 969-973.

Компьютерное моделирование противоударной стойкости многослойной преграды

Шпаков С.С., Зелепугин С.А.
Томский государственный университет
Отдел структурной макрокинетики ТНЦ СО РАН, г. Томск

В работе методом конечных элементов в рамках упруго-пластической модели среды проведено численное моделирование противоударной стойкости многослойной металл - интерметаллидной слоистой композиционной преграды конечной толщины. Моделирование накопления повреждений в материале осуществляется на основе кинетической модели откольного разрушения. Применяются критерии полного разрушения материала для моделирования заключительных стадий процесса.

В осесимметричной постановке исследуется задача взаимодействия цилиндрического ударника радиусом 3.075 мм, длиной 23.0 мм из вольфрамового сплава 93W-7FeCo с многослойной преградой суммарной толщиной 19.89 мм. Начальная скорость удара 900 м/с. Преграда состояла из семнадцати слоев, каждый из которых состоял из слоя интерметаллида Al_3Ti и слоя из титанового сплава ВТ6.

Результаты расчетов показывают, что ударник деформируется и разрушается в основном в областях непосредственного контактирования с преградой. Преграда по ходу внедрения ударника значительно деформируется и разрушается. В зависимости от соотношения толщин слоев интерметаллид/металл может иметь место (или не иметь) сквозное пробитие преграды. Разрушение слоев композиционной преграды идет по различным преобладающим механизмам – хрупкому (слой интерметаллида) и вязкому (слой металла).

Проведены сравнения эффективности преград разных типов к высокоскоростному удару. Исследованы монолитные преграды из титанового сплава, алюминида титана, высокопрочной керамики, а также композиционные металл - интерметаллидные с различным соотношением толщин слоев. Среди композиционных преград наиболее эффективной из исследованных является композиция интерметаллид толщиной 0.94 мм – титановый сплав 0.23 мм.

Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 130-летию Томского государственного университета и 60-летию механико-математического факультета

Тезисы докладов

Подписано в печать 10.07.2008 г.
Формат 60x84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная № 1.
Печ. л. 8,00; усл. печ. л. 7,44: уч.-изд. л. 7,84
Тираж 200. Заказ № 813

Тираж отпечатан в типографии «Иван Фёдоров»
634009, г. Томск, октябрьский взвоз, 1
Тел. (382-2)-51-32-95, тел./факс (382-2)-51-24-20
E-mail: mail@if.tomsk.ru