

На правах рукописи

Снытников Николай Валерьевич

Моделирование трехмерной динамики  
гравитирующего вещества  
на многопроцессорных ЭВМ

05.13.18 - математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Новосибирск — 2008

Работа выполнена в Институте вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения РАН.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор,  
Вшивков Виталий Андреевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор,  
Федорук Михаил Петрович

доктор физико-математических наук,  
доцент,  
Свешников Виктор Митрофанович

Ведущая организация: Томский государственный университет

Защита состоится: 10 февраля 2009 года в 16-00 на заседании диссертационного совета Д 003.061.02 при Институте вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения РАН по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. Акад. Лаврентьева, 6.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения РАН.

Автореферат разослан 30 декабря 2008 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
д.ф.-м.н.



Сорокин С.Б.

## Общая характеристика работы

**Актуальность работы.** В физике гравитирующих систем, к которым относятся галактики, протозвездные облака и протопланетные диски, существует ряд интересных и нерешенных проблем: проблема строения и эволюции галактик (в том числе Млечного пути), происхождения и поддержания спирального узора в дисковых галактиках, формирования планет из газопылевого протопланетного диска, проблема абиогенного допланетного синтеза пребиотического вещества.

Гравитирующие системы достаточно многообразны и могут состоять из звезд, пыли, газа, испытывать воздействие различных процессов (излучение от звезд или протозвезды, «приливные» эффекты), характеризоваться масштабами от десятков и сотен астрономических единиц в случае околозвездных дисков до сотен килопарсек в случае галактик и временами от нескольких лет до нескольких миллиардов. Тем не менее во многих случаях обнаруживается большое сходство между протекающими в них физическими процессами. Поэтому для ясного понимания механизма явления разумно выделять определенную подсистему и изучать ее базовые свойства, при необходимости дополняя более сложными (либо второстепенными) процессами и компонентами.

Одной из таких подсистем являются звезды в галактиках либо пыль в газопылевом протопланетном диске. Общим для них является то, что их динамика может быть описана в бесстолкновительном приближении, а взаимодействие между частицами вещества осуществляется через самосогласованное гравитационное поле.

Несмотря на большое количество фактологического материала, накопленного в наблюдательной астрономии и астрофизике за последние десятилетия, невозможность проведения физического эксперимента и сложность описываемых процессов, ограничивающая применение аналитических подходов, делают численное моделирование основным инструментом для правильной интерпретации наблюдательных данных.

При численном решении задач гравитационной физики возникает ряд трудностей, часть из которых связана с необходимостью создания адекватных численных алгоритмов, позволяющих проследить в ходе численного эксперимента возникновение физических неустойчивостей, характерных для самосогласованного движения гравитирующего вещества. Другие трудности вносит нестационарность, пространственная трехмерность задачи и

необходимость прослеживания индивидуальных траекторий большого числа частиц на значительные временные интервалы. Частично эти проблемы могут быть преодолены за счет использования многопроцессорных ЭВМ.

**Цель исследования:** разработка и программная реализация параллельного алгоритма моделирования трехмерной динамики бесстолкновительного гравитирующего вещества.

Для достижения указанной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

- разработка параллельного метода частиц-в-ячейках и его оптимизация с учетом трехмерности задачи,
- разработка параллельного метода решения уравнения Пуассона в цилиндрических координатах,
- разработка метода вычисления значений гравитационного потенциала на границе расчетной области,
- реализация программного комплекса для численного моделирования трехмерной динамики гравитирующих бесстолкновительных систем на многопроцессорных ЭВМ,
- исследование численной модели, в том числе разработка тестов, демонстрирующих ее работоспособность для известных физических явлений,
- проведение вычислительных экспериментов,
- конструирование численной аппроксимации квазистационарной функции распределения вращающегося бесстолкновительного гравитирующего диска; численное исследование ее устойчивости относительно появления изгибных деформаций.

**Научная новизна** работы заключается в том, что:

- создан параллельный алгоритм для решения задач трехмерной динамики гравитирующих систем, основанный на методе частиц-в-ячейках и решении задачи Дирихле для уравнения Пуассона в цилиндрических координатах,
- разработан метод вычисления гравитационного потенциала изолированной системы на границе расчетной области, основанный на методе свертки,

- показано, что несогласованность начальных значений дисперсий радиальной и азимутальной компонент скорости вещества во вращающемся гравитирующем бесстолкновительном диске влечет появление осесимметричных колец плотности, распространяющихся от центра диска к его периферии,
- получена численная аппроксимация трехмерной квазистационарной функции распределения бесстолкновительного гравитирующего диска.

**Научная ценность** диссертационной работы заключается в:

- разработке алгоритмов и создании программного комплекса для численного решения широкого круга задач бесстолкновительной гравитационной физики,
- конструировании численной аппроксимации квазистационарной функции распределения бесстолкновительного гравитирующего диска, которая может быть использована в качестве начальной функции распределения при моделировании как изолированных бесстолкновительных систем, так и бесстолкновительной компоненты в многофазных (например, газопылевых) системах.

**Достоверность** полученных результатов подтверждается тестированием отдельных процедур программной реализации численной модели, численными экспериментами на модельных тестах, имеющих аналитическое решение и отражающих сущность определенного наблюдаемого явления (в том числе, возникновение гравитационных неустойчивостей), сравнением с результатами численного моделирования, полученных с использованием отличающихся численных моделей.

**На защиту выносятся:**

- параллельный алгоритм и программный комплекс для численного моделирования трехмерной динамики бесстолкновительных гравитирующих систем, основанный на методе частиц-в-ячейках и решении задачи Дирихле для уравнения Пуассона в цилиндрических координатах,
- объяснение механизма образования осесимметричных колец плотности во вращающемся диске с несогласованными начальными значениями дисперсий радиальной и азимутальной компонент скорости вещества,

- численная аппроксимация квазистационарного решения уравнений звездной динамики в виде вращающегося осесимметричного диска.

**Апробация работы.** Основные научные результаты докладывались автором на международных конференциях «Structure Formation in the Universe: Galaxies, Stars and Planets» (Шамони, Франция, май 2007), «Dynamics of Galaxies» (Санкт-Петербург, август 2007), «Parallel Computing Technologies» (Переславль-Залесский, сентябрь 2007), международном рабочем совещании «Biosphere Origin and Evolution» (Новосибирск, июнь 2005), конференции молодых ученых ИВМиМГ СО РАН (Новосибирск, 2006), международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс» (Новосибирск, 2005), на семинарах ИВМиМГ СО РАН «Математическое и архитектурное обеспечение параллельных вычислений» под руководством д.т.н. В.Э. Малышкина, «Математическое моделирование больших задач» под руководством д.ф.-м.н. В.А. Вшивкова.

#### **Основные результаты:**

- создан и реализован параллельный алгоритм и программный комплекс для численного моделирования трехмерной динамики бесстолкновительного гравитирующего вещества,
- разработан метод расчета граничных условий, основанный на применении теоремы о свертке и быстром преобразовании Фурье и пригодный для использования в декартовых и цилиндрических координатах,
- разработан набор тестов для проверки работоспособности методов решения задач гравитационной бесстолкновительной физики,
- получена численная аппроксимация квазистационарного решения системы уравнений звездной динамики в виде вращающегося осесимметричного диска; проведено численное исследование устойчивости решения относительно изгибных деформаций,
- показано, что несогласованность дисперсий радиальной и азимутальной компонент скорости вещества во вращающемся диске влечет появление осесимметричных колец плотности, распространяющихся от центра диска к периферии, как в случае самосогласованной динамики диска, так и в присутствии гравитационного поля центрального тела,

- показано, что малая по массе пылевая (бесстолкновительная) компонента двухфазного (газопылевого) диска может оказывать существенное влияние на динамику всей системы.

**Личный вклад соискателя.** Все выносимые на защиту результаты принадлежат лично автору. Представление результатов совместных исследований в диссертационной работе согласовано с соавторами. Личный вклад соискателя заключается в обсуждении постановок задач; разработке адекватных численных алгоритмов и методов решения; разработке, реализации и тестировании программ, проведении численных экспериментов и интерпретации результатов.

Диссертационная работа выполнялась в соответствии с планами Института вычислительной математики и математической геофизики, поддерживалась интеграционным проектом СО РАН No. 148, программой Президиума РАН «Происхождение и эволюция биосферы», программой Президиума РАН «Происхождение и эволюция звезд и галактик», программами Рособразования «Развитие научного потенциала ВШ» (проекты РНП.2.2.1.1.1969 и РНП.2.2.1.1.3653), грантами РФФИ 05-01-00665 (2005-07) и 08-01-00615 (2008-10).

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Диссертация изложена на 86 страницах, включает библиографический список из 105 наименований работ. Рисунки, формулы, таблицы и библиографические ссылки имеют сквозную нумерацию по всей работе.

## Краткое содержание работы

Во **Введении** сформулирована основная цель диссертационной работы, кратко приведены полученные результаты, их научная новизна и ценность.

В первом разделе главы **Обзор исследований бесстолкновительных гравитирующих систем** приведены некоторые астрофизические наблюдательные данные по галактикам и протопланетным дискам. Во втором разделе даны понятия теории гравитирующих систем, используемые в диссертационной работе, содержится обоснование выбора математической модели (бесстолкновительность, отсутствие релятивистских поправок) и приведена система уравнений звездной динамики, состоящая из бесстолкновительного уравнения Больцмана (Власова) для функции

распределения вещества  $f$  (далее  $\Phi P$ ):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \nabla \Phi(t, \mathbf{r}) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0,$$

где  $t, \mathbf{r}, \mathbf{v}$  — переменная для времени, вектор координаты и вектор скорости соответственно, и уравнения Пуассона для гравитационного потенциала  $\Phi$ :

$$\Delta \Phi(t, \mathbf{r}) = 4\pi G \rho(t, \mathbf{r}),$$

где  $G$  — гравитационная постоянная. Замыкает систему уравнение для плотности вещества  $\rho$ :

$$\rho(t, \mathbf{r}) = \int_{\mathbf{v}} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}.$$

Третий раздел посвящен обзору основных подходов и численных кодов, используемых при численном решении задач бесстолкновительной гравитационной физики. В четвертом разделе рассматриваются различные варианты задания начальных условий.

В главе **Численные методы решения уравнений звездной динамики** изложены численные методы, используемые в рамках диссертационной работы. Для решения выбрана цилиндрическая система координат, поскольку такая пространственная геометрия является наиболее естественной для вращающихся изолированных систем. Система уравнений звездной динамики, записанная в цилиндрических координатах с учетом потенциала, создаваемого внешними объектами, приведена в разделе 2.1.

Схема алгоритма решения системы уравнений звездной динамики методом частиц-в-ячейках описывается в разделе 2.2 (подробное описание этапов алгоритма содержится в разделах 2.3 — 2.5):

1. В цилиндрической области решения вводится сетка, используемая для решения уравнения Пуассона.
2. Генерируются начальные координаты  $\mathbf{r}^i$  и скорости  $\mathbf{v}^i$  конечного числа частиц ( $i = 1, \dots, N$ ) таким образом, чтобы аппроксимировалась известная начальная ФР  $f(0, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ . Устанавливается значение временной переменной  $t_k := 0$ .
3. По координатам частиц восстанавливается сеточная функция плотности  $\rho_h(t_k, \mathbf{r})$  с помощью мультилинейной интерполяции массы частицы в узлы ячейки, в которой находится данная частица (что соответствует сеточному ядру PIC).

4. По сеточной функции плотности вычисляется значение потенциала на границе расчетной области  $\Phi_{h,t_k}|_{\Gamma}$ .
5. С помощью решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона вычисляется потенциал  $\Phi_{h,t_k}$ .
6. По значениям потенциала  $\Phi_{h,t_k}$  и внешнего аналитически заданного потенциала  $\Phi_{out}$  восстанавливается сеточная функция силы  $\mathbf{F}_h$ .
7. Осуществляется решение уравнений движения для каждой частицы на временном шаге  $t_{k+1}$ : вычисляются новые координаты и скорости частиц  $\mathbf{r}_{t_{k+1}}^i, \mathbf{v}_{t_{k+1}}^i$ .
8. Инкрементируется значение переменной для времени  $t_k := t_{k+1}$ , происходит переход на шаг (3).

В разделе 2.3 приведены формулы метода интегрирования уравнений движения частиц в цилиндрических координатах  $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m}$ ,  $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$ . Метод основан на схеме с перешагиванием и схеме Бёрриса:

$$\begin{aligned}
\tilde{v}_r &= v_r^{m-\frac{1}{2}} + \tau F_r^m, & \tilde{v}_\phi &= v_\phi^{m-\frac{1}{2}} + \tau F_\phi^m, \\
x &= r^m + \tau \tilde{v}_r, & y &= \tau \tilde{v}_\phi, & z^{m+1} &= z^m + \tau v_z^{m+\frac{1}{2}}, \\
r^{m+1} &= \sqrt{x^2 + y^2}, & \phi^{m+1} &= \phi^m + \alpha, \\
\sin \alpha &= y/r^{m+1}, & \cos \alpha &= x/r^{m+1}, \\
v_r^{m+\frac{1}{2}} &= \tilde{v}_r \cos \alpha + \tilde{v}_\phi \sin \alpha, \\
v_\phi^{m+\frac{1}{2}} &= \tilde{v}_\phi \cos \alpha - \tilde{v}_r \sin \alpha, \\
v_z^{m+\frac{1}{2}} &= v_z^{m-\frac{1}{2}} + \tau F_z^m.
\end{aligned}$$

Сила, действующая на каждую частицу, вычисляется с помощью мультилинейной интерполяции значений из узлов ячейки сетки в точку нахождения частицы.

В разделе 2.4 описывается метод восстановления гравитационного потенциала по распределению плотности, основанный на конечно-разностном решении задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Первая часть раздела посвящена методам вычисления значений гравитационного потенциала на границе расчетной области. В случае концентрации основной массы вещества вблизи центра расчетной области оправдано использовать приближенный метод, основанный на мультипольном разложении гравитационного потенциала. Для

произвольного случая распределения плотности в расчетной области в диссертационной работе разработан метод, основанный на адаптации метода свертки (прямом суммировании вкладов потенциалов точечных масс, теореме о свертке и быстром преобразовании Фурье).

Во второй части раздела приводится конечно-разностная аппроксимация уравнения Пуассона в цилиндрических координатах с использованием 7-точечного шаблона. Полученная после аппроксимации СЛАУ решается с помощью быстрого преобразования Фурье по азимутальной координате, в результате чего исходная система распадается на  $K_{max}$  независимых СЛАУ относительно вещественных и мнимых частей комплексных функций волновых гармоник потенциала  $H(m)$ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_z^2 r_{i-\frac{1}{2}}} \left[ r_i (H_{i+\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}}(m) - H_{i-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}}(m)) - \right. \\ & \quad \left. r_{i-1} (H_{i-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}}(m) - H_{i-\frac{3}{2}, l-\frac{1}{2}}(m)) \right] + \\ & \quad \frac{1}{h_\phi^2 r_{i-\frac{1}{2}}^2} \left( -4 \sin^2 \left( \frac{\pi m}{2K_{max}} \right) H_{i-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}}(m) \right) + \\ & \frac{1}{h_z^2} \left( H_{i-\frac{1}{2}, l+\frac{1}{2}}(m) - 2H_{i-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}}(m) + H_{i-\frac{1}{2}, l-\frac{3}{2}}(m) \right) = \\ & = 4\pi R_{i-\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}}(m), \\ & i = 1, I_{max}; l = 1, L_{max}; m = 0, K_{max}/2 - 1. \end{aligned}$$

$I_{max}, L_{max}, K_{max}$  — количество узлов по радиальной, вертикальной и азимутальной координатам соответственно. СЛАУ для гармоник потенциала решаются методом блочной последовательной верхней релаксации по радиальной координате и прогонкой по вертикальной. В качестве начального приближения для итерационного метода используется решение, полученное на предыдущем временном шаге. Таким образом для подавляющей части гармоник с волновыми числами  $m > 2$  сходимость метода с точностью  $10^{-5}$  осуществляется в среднем за 12 итераций. Дальнейшее увеличение скорости решения уравнения Пуассона, по-видимому, возможно за счет выбора других методов решения СЛАУ (например, многосеточного метода), однако было показано, что это направление работы не приоритетно, поскольку процедура решения уравнения Пуассона не является «узким» местом численного кода (требует не более 20% от общего времени счета).

В разделе 2.5 приведена разностная схема для вычисления компонент сил гравитации по известной сеточной функции потенциала, основанная на аппроксимации центральными разностями.

Раздел 2.6 посвящен выбору начальных условий.

Поверхностная плотность взята в виде диска Маклорена, вращающегося твердотельно (то есть средняя угловая скорость движения частиц в диске постоянна  $\Omega = const$ ):  $\sigma(r) = \sigma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R_0}\right)^2}$  при  $r \leq R_0$ , где  $R_0$  — исходный радиус диска, а коэффициент  $\sigma_0$  вычисляется из условия, что полная масса диска равна задаваемому параметру  $M_0$ .

Другим вариантом задания поверхностной плотности (близким к дискам наблюдаемых галактик), является экспоненциально убывающий профиль:  $\sigma(r) = \sigma_0 e^{-\frac{r}{L}}$  при  $r \leq R_0$ , где  $L$  — параметр шкалы плотности.

Вертикальная структура диска берется либо постоянной  $\sigma(z) = const$ , либо в виде  $\sigma(z) \propto \cosh^{-2}\left(\frac{z}{z_0}\right)$ , где  $z_0$  — параметр вертикальной шкалы плотности.

Скорости движения частиц задаются случайным образом по гауссову закону со средними значениями, соответствующими вращению вещества вокруг центра масс и дисперсиями  $c_r, c_\phi, c_z$ , являющимися параметрами расчета.

В разделе 2.7 выводится закон сохранения энергии для гравитирующей системы с внешними потенциалами. В применении к системе  $N$  тел он будет выглядеть:

$$E = \sum_{i=1}^N m_i \left[ \frac{1}{2}(u_{ri}^2 + u_{\phi i}^2 + u_{zi}^2) + \frac{1}{2}\Phi^i + \Phi_{out}^i \right] = const.$$

В разделе 2.8 описывается тестирование численного кода с акцентом на модельных тестах, имеющих аналитическое решение и демонстрирующих способность созданного численного кода восстанавливать правильное решение как в случае развития физической неустойчивости, так и в случае устойчивости системы. В качестве тестов были взяты: неустойчивость холодного диска Маклорена относительно развития джинсовских неустойчивостей, проверка критерия устойчивости Тоомре (Рис.1), неустойчивость горячего диска Маклорена относительно барообразной неустойчивости, проверка устойчивости модели Эйнштейна.

На Рис.1 представлены результаты численных экспериментов проверки критерия устойчивости Тоомре для твердотельно вращающегося диска Маклорена в осесимметричном гравитационном поле при различных значениях параметра Тоомре  $Q = 0.1 \div 1.5$ , где  $Q = \frac{c_r}{c_T}$ ,  $c_r$  — значение дисперсии радиальной скорости частиц,  $c_T = 3.36 \frac{\sigma}{\kappa}$ .  $\sigma$  — поверхностная плотность,  $\kappa = 2\Omega \sqrt{1 + \frac{r}{2\Omega} \frac{d\Omega}{dr}}$  —

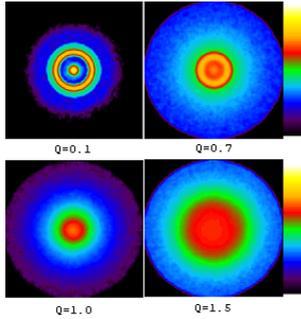


Рис. 1: Логарифм поверхностной плотности в экваториальной плоскости для диска Маклорена в осесимметричном поле для разных значений параметра Тоомре  $Q$ .

эпициклическая частота,  $\Omega(r)$  – угловая скорость движения вещества. При малых значениях  $Q$  развиваются осесимметричные кольца, а при значениях  $Q > 1$  неустойчивости подавляются, что полностью согласуется с аналитическими оценками.

Оценка времени работы последовательной программы приводится в разделе 2.9. В этом же разделе описана предложенная оптимизация вычислений для решения уравнений движения частиц, состоящая в следующем. Вместо того, чтобы вычислять значения сеточных функций сил перед интегрированием уравнений движения частиц и хранить соответствующие им трехмерные массивы в оперативной памяти ЭВМ, предложено сортировать частицы на каждом временном шаге в зависимости от их пространственной координаты, разбивать область на подобласти, для каждой подобласти вычислять сначала значения сил, а затем интегрировать уравнения движения частиц. Показано, что этот метод позволяет существенно снизить требования на объем оперативной памяти ЭВМ и эффективно использовать кэш-память процессора.

В главе **Параллельные алгоритмы** обсуждаются особенности распараллеливания численного решения системы уравнений звездной динамики. Приведено описание реализованного в рамках диссертационной работы параллельного алгоритма, основанного на лагранжевой декомпозиции интегрирования уравнений движения частиц и декомпозиции решения уравнения Пуассона по Фурье-гармоникам гравитационного потенциала. Преимуществом этого алгоритма является отсутствие пересылок координат частиц между процессорами и простота сопряжения параллельного алгоритма

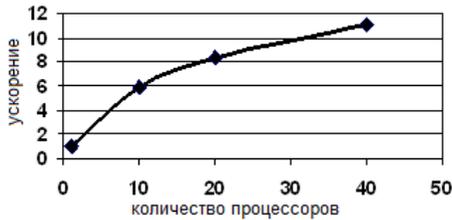


Рис. 2: График коэффициента ускорения параллельной программы в зависимости от числа процессоров.

для решения уравнения Пуассона с параллельным алгоритмом интегрирования движения частиц. Недостатком метода является необходимость хранения массива с сеточной функцией потенциала в оперативной памяти каждого процессора, что влечет ограничения на возможный размер сетки ( $256 \times 512 \times 256$ ).

На Рис.2 приведены результаты полученного ускорения для типичного расчета с параметрами сетки  $212 \times 256 \times 146$  и числом частиц  $10^8$ . Для повышения масштабируемости (возможности использования более подробных сеток) теоретически разработаны алгоритмы, основанные на эйлеровой (пространственной) декомпозиции.

В главе **Численные эксперименты** описываются результаты вычислительных экспериментов. В первом разделе изучается влияние несогласованности радиальной и азимутальной дисперсий на дальнейшую эволюцию системы. Известно, что при выполнении условия  $c_r \ll v_\phi$  ( $c_r$  — радиальная дисперсия, а  $v_\phi$  — азимутальная скорость вещества) для равновесного вращающегося диска справедливо соотношение радиальной и азимутальной дисперсий  $c_\phi = c_r \frac{\kappa}{2\Omega}$ . В численных экспериментах было показано, что невыполнение этого соотношения влечет существенное изменение эволюции системы. В эксперименте с массивным неподвижным центральным телом было выяснено, что отклонение от указанного соотношения дисперсий влечет появление осесимметричных колец плотности, распространяющихся от центра к периферии. Механизм появления колец объясняется следующим. В случае кеплеровского движения все частицы движутся по эллиптическим орбитам вокруг центрального тела. При этом периоды их обращения практически одинаковы для каждого слоя с одинаковой радиальной координатой, но разные для разных слоев. Таким образом оказывается, что при возвращении частицы в исходную координату в ее слое содержатся также частицы с других слоев,

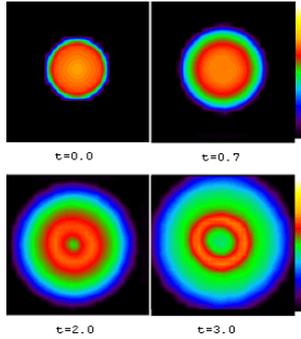


Рис. 3: Динамика экспоненциального диска в самосогласованном поле при несогласованном соотношении дисперсий  $c_\phi = c_r/2$ . Логарифм поверхностной плотности в экваториальной плоскости для разных моментов времени.

что в видимой картине порождает кольцо. В случае согласованности дисперсий, периоды обращения частиц с одного слоя оказываются существенно разными, поэтому наложения не происходит. Схожее поведение было обнаружено и в случае самосогласованного диска в отсутствии центрального тела. Отличие заключается в том, что кольцо плотности провоцирует развитие джинсовской неустойчивости (практически вся масса диска концентрируется в кольце, Рис.3), в результате которой оно затем фрагментируется на несколько сгустков.

Второй раздел главы посвящен описанию метода конструирования численной аппроксимации квазистационарной функции распределения осесимметричного вращающегося диска. Квазистационарное решение было получено в результате численного моделирования неравновесного диска на значительные временные интервалы (несколько десятков оборотов) и усреднением полученной ФР по азимутальной координате. Численная аппроксимация определяется осесимметричной плотностью  $\sigma(r, z)$  и дисперсиями скоростей  $c_r(r), c_\phi(r), c_z(r)$ . Показано, что квазистационарный диск может быть представлен в виде двух компонент: сфероидальной в центре области с выраженным вертикальным движением частиц и дисковой на периферии. Численно исследована устойчивость полученного квазиравновесного диска относительно появления изгибных деформаций. Показано, что при вертикальном сжатии диска более чем в 4 раза, образуется V-образная вертикальная неустойчивость (Рис.4).

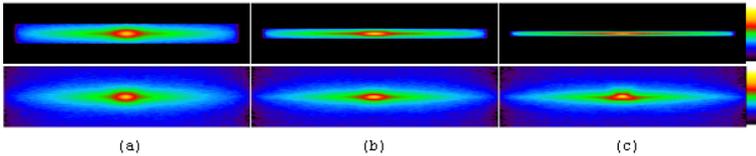


Рис. 4: Сравнение динамики квазистационарных дисков (а) отсутствие сжатия (b) 2-кратное сжатие, (c) 4-кратное сжатие. Верхний ряд соответствует моменту времени  $t = 0.0$ , нижний ряд  $t = 22.5$  (2.5 оборота). Логарифм поверхностной плоскости в меридианальной плоскости.

В **Заключении** перечислены основные результаты диссертационной работы.

## Заключение

Разработаны и реализованы параллельный алгоритм и программный комплекс для моделирования трехмерной динамики бесстолкновительных гравитирующих систем в цилиндрических координатах, основанный на решении бесстолкновительного уравнения Больцмана методом частиц-в-ячейках и решении задачи Дирихле для уравнения Пуассона конечно-разностным методом. Для демонстрации работоспособности численного кода был разработан набор тестов, имеющих аналитическое решение и отражающих сущность известных физических явлений.

Разработан новый метод расчета значений потенциала изолированной системы на границе расчетной области, позволяющий для заданной сеточной функции плотности точно вычислять соответствующие ей значения потенциала на границе. Метод основан на применении теоремы о свертке и быстром преобразовании Фурье и пригоден для использования в декартовых и цилиндрических координатах.

Получена численная аппроксимация квазистационарного решения системы уравнений звездной динамики в виде вращающегося осесимметричного диска. Показано, что ФР диска состоит из двух компонент: сфероидальной в центре области и дисковой на периферии. Проведены численные эксперименты по исследованию устойчивости полученного квазистационарного диска относительно изгибных деформаций.

Было показано, что несогласованность начальных дисперсий радиальной и азимутальной компонент скорости вещества во вращающемся диске влечет появление осесимметричных колец плотности, распространяющихся от центра области к периферии. Кольца появляются как в случае самосогласованного движения диска, так и в случае движения диска в гравитационном поле центрального тела.

## Публикации

### *Рецензируемые журналы по перечню ВАК*

1. В.А. Вшивков, В.Н. Снытников, Н.В. Снытников. Моделирование трехмерной динамики вещества в гравитационном поле на многопроцессорных ЭВМ // Вычислительные технологии, Т. 11, N.2, с.15-27, 2006.

### *Зарубежные издания*

2. N. Snytnikov, V. Vshivkov, V. Snytnikov. Study of 3D Dynamics of Gravitating Systems Using Supercomputers: Methods and Applications // Parallel Computing Technologies, LNCS, Vol. 4671, pp.162-173, 2007.

3. S. Kireev, E. Kuksheva, A. Snytnikov, N. Snytnikov, V.Vshivkov. Strategies for Development of a Parallel Program for Protoplanetary Disc Simulation // Parallel Computing Technologies, LNCS, Vol. 4671, pp.128-139, 2007.

### *Расширенные тезисы конференций*

4. Н.В. Снытников. Исследование равновесных начальных условий для задачи моделирования трехмерной динамики гравитирующего вещества. // Труды конференции молодых ученых. Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, с.196-201, 2006.

### *Тезисы международных конференций*

5. N. Snytnikov, E. Kuksheva, V. Vshivkov, V. Snytnikov. Numerical approximation of equilibrium self-gravitating collisionless disk // Abstracts of the Conference «Dynamics of Galaxies», Saint Petersburg, p.47, 2007.

6. Снытников А.В., Снытников Н.В., Кукшева Э.А. Математическое моделирование на суперЭВМ ранних этапов эволюции планет // Тезисы международного рабочего совещания «Происхождение и эволюция биосферы», с.139, 2005.

Снытников Николай Валерьевич

Моделирование трехмерной динамики  
гравитирующего вещества  
на многопроцессорных ЭВМ

05.13.18 - математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

---

Лицензия ИД No. 02202 от 30 июня 2000 г.

Подписано в печать 25.12.2008 г.

Формат бумаги  $60 \times 84\frac{1}{16}$  Объем 1,0 п.л.

Тираж 100 экз.

Заказ No. 246

---

ООО «Омега Принт», Новосибирск-90, пр. Лаврентьева, 6